

# Relatório Final de Pesquisa de Iniciação Científica

**Título do Projeto:**

**Construção de um Sistema de Controle de Velocidade  
Angular em Um Eixo Utilizando Roda de Reação**

**Identificação**

**UERJ**

**Faculdade de Engenharia — FEN**

**Departamento de Eletrônica e Telecomunicações — DETEL**

**Período deste Relatório:** março de 2021 a setembro de 2021.

**Equipe:**

*Bolsista PIBIC/UERJ:* Samuel Pereira Deccache Alves — Matrícula: 201710056011

*Professor Orientador:* José Paulo Vilela Soares da Cunha — Matrícula: 32.640-5

**Local de desenvolvimento do projeto:** Laboratório de Controle e Automação do  
Laboratório de Engenharia Elétrica

**Local e data:** Rio de Janeiro, 19 de junho de 2022

## 1 Introdução

Esse projeto de iniciação científica busca modelar, simular e testar um sistema de controle de roda de reação em um eixo, utilizado, por exemplo em nano satélites, tal como um CubeSat. Um CubeSat é um nanosatélite que tem como dimensões físicas, aproximadamente,  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  e a sua massa não pode exceder  $1,33\text{ kg}$ . O conceito do CubeSat foi desenvolvido por dois professores na década de 1990: Jordi Puig-Suari da California Polytechnic State University e Bob Twiggs da Stanford University. Visando baixar o custo de lançamentos de satélites, os CubeSats são lançados frequentemente para diversas missões espaciais, tais como avaliar o sistema de comunicação e sensoriamento remoto (MCTIC 2018).

O sistema de controle de atitude em um satélite é responsável pela orientação e posição do satélite referente a um local, como por exemplo a Terra. Através de sensores, o satélite é capaz de realizar a determinação de atitude e, portanto, o seu controle através de atuadores, como rodas de reação. (Molina 2016).

O projeto de iniciação científica consiste em modelar o conceito teórico do sistema de controle proporcional aplicado à roda de reação, fazer uma simulação para tal e por fim aplicar um experimento no qual se valida o conceito do tema proposto.

## 2 Modelo Dinâmico do Sistema

O objetivo principal deste trabalho é realizar a estabilização, em um eixo, de um corpo que está sob efeito da roda de reação, conforme a Figura 1. O modelo dinâmico do sistema se baseia na Segunda Lei de Newton, em que a mesma mostra que num sistema rotacional abrange o princípio da conservação do momento angular, ou seja, este é conservado se não houver nenhum torque externo sobre o mesmo (Halliday, Resnick & Walker 2016).

O torque resultante num sistema mecânico é dado por:

$$T_{res} = \frac{dL}{dt} \quad (1)$$

na qual  $L$  é o momento angular do sistema.

A fórmula do momento angular é dado por:

$$L = I\omega \quad (2)$$

As variáveis  $I$  e  $\omega$  são o momento de inércia a velocidade angular, respectivamente.

O sistema possui dois corpos em movimento rotacional que é o satélite e a roda de reação. Logo, tem-se no sistema a equação 3:

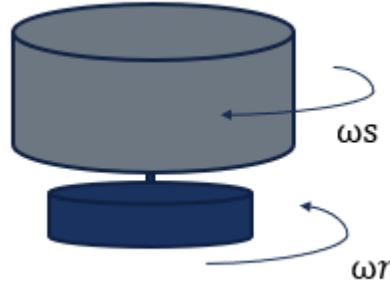


Figura 1: Diagrama da roda de reação acoplada ao satélite.

$$T_{res} = \frac{d(L_s + L_r)}{dt}, \quad (3)$$

na qual  $L_s$  é o momento de inércia do satélite e  $L_r$  o momento de inércia da roda de reação.

$$T_{res} = \frac{d(I_s \cdot \omega_s + I_r \cdot \omega_r)}{dt}$$

$$\int_{t_0}^t T_{res} dt = \int_{t_0}^t \frac{d(I_s \cdot \omega_s(t) + I_r \cdot \omega_r(t))}{dt} dt$$

Como o sistema é conservado,  $T_{res}$  é nulo. Logo,

$$0 = (I_s \cdot \omega_s(t - t_0) + I_r \cdot \omega_r(t - t_0))$$

$$I_s \Delta \omega_s = -I_r \Delta \omega_r$$

Portanto, a variação da velocidade da roda de reação está relacionada da seguinte forma:

$$\Delta \omega_r = -\frac{I_s \Delta \omega_s}{I_r} \quad (4)$$

Assumindo-se as condições iniciais nulas de velocidade, então, passar para a fase de simulação, é preciso partir da equação 5, em que a mesma demonstra que o torque  $T$  é igual ao momento de inércia do corpo em que está sendo atuado, multiplicado pela aceleração angular do mesmo  $\alpha$ .

O Torque que age no corpo é dado pela equação 5, demonstrada a seguir:

$$T = I \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

Logo, a velocidade angular em função do torque aplicado no corpo é dado por:

$$\omega = \frac{1}{I} \int_{t_0}^t T dt \quad (6)$$

Para achar a aceleração angular  $\alpha$ , basta aplicar uma integral sobre a velocidade angular  $\omega$ . Com isto, se tem a equação (8).

$$\alpha = \int_{t_0}^t \omega dt \quad (7)$$

### 3 Controle da Velocidade Angular

Um controle proporcional é utilizado no sistema pois a ação de controle é proporcional ao erro medido, no qual reduz levemente o tempo de elevação em comparação com os controladores integrativos e derivativos. Não é necessário usar o controle integrativo e derivativo, pois o sistema não apresenta oscilações. (Medina, Santiago & Castañeda 2021).

O erro  $e(t)$  é dado pela subtração da velocidade do corpo medido  $\omega_s$  e da velocidade desejada  $\omega_{ref}$  (setpoint).

$$e(t) = \omega_s - \omega_{ref}, \quad (8)$$

Lei de controle proporcional:

$$T = K_p e(t), \quad (9)$$

no qual  $K_p$  é o ganho proporcional.

Portanto, é aplicado um torque de comando  $T$  e o erro medido aplicado ao sistema dinâmico.

### 4 Simulações

Feita a modelagem do sistema dinâmico teórico e visto o conceito do controle da velocidade angular por meio do controle proporcional, são utilizadas enfaticamente as três equações achadas.

Inicialmente, é aplicado um torque, no qual é representado na simulação por um sinal step. Esse torque é aplicado tanto no satélite como na roda de reação, pois os mesmos estão incluídos no mesmo sistema de rotação. Na Figura 1 é demonstrado o diagrama de

blocos do sistema feito na plataforma Scilab.

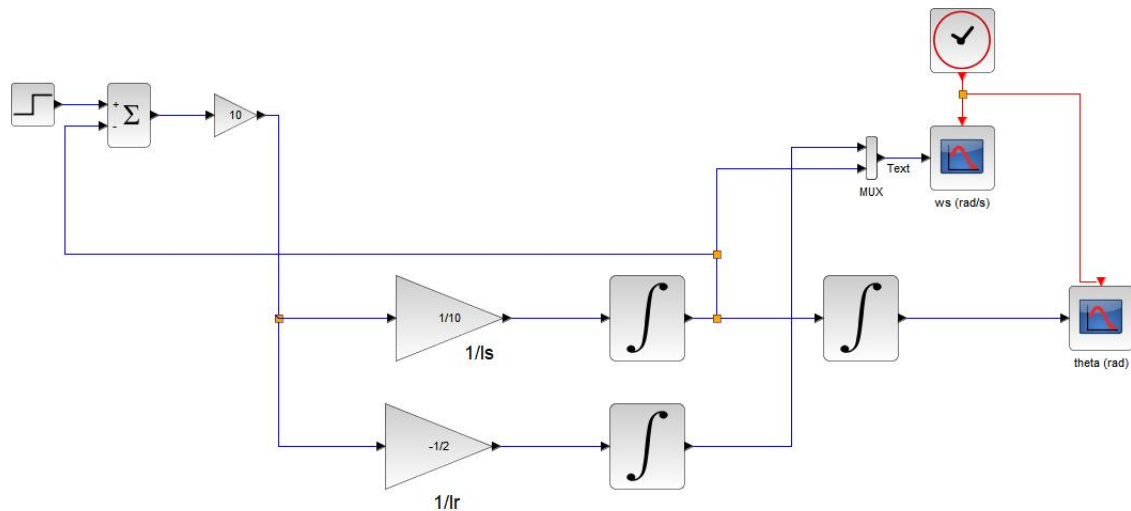


Figura 2: Diagrama para simulação do sistema de controle da velocidade angular do satélite com roda de reação.

Dado o torque aplicado inicialmente, o sistema volta com uma velocidade angular medida, e então um novo torque é aplicado devido a essa velocidade medida. Multiplica-se o erro pela constante de proporcionalidade, que representa a característica física de construção do motor. Outras características, como as velocidades angulares dos corpos descritos no sistema, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores dos parâmetros utilizados na simulação.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Velocidade Angular Inicial do Satélite	$\omega_{s0}$	15	rad/s
Velocidade Angular Inicial da Roda de Reação	$\omega_{r0}$	0	rad/s
Constante de Proporcionalidade	k	10	
Momento de Inércia do Satélite	$I_s$	10	kg m <sup>2</sup>
Momento de Inércia da Roda de Reação	$I_r$	2	kg m <sup>2</sup>

Dada as variáveis da tabela 1, então são aplicados no sistema a representação das equações achadas anteriormente e um medidor de erro, aonde este é fundamental para o controle proporcional aplicado.

Nesse caso, é aplicado um setpoint igual a zero, cujo objetivo é a estabilização do satélite.

Dado os procedimentos anteriores, tem-se os resultados de estabilização da velocidade angular e de ângulo de saída do satélite mostrados nos gráficos da Figura 2 e da Figura 3.

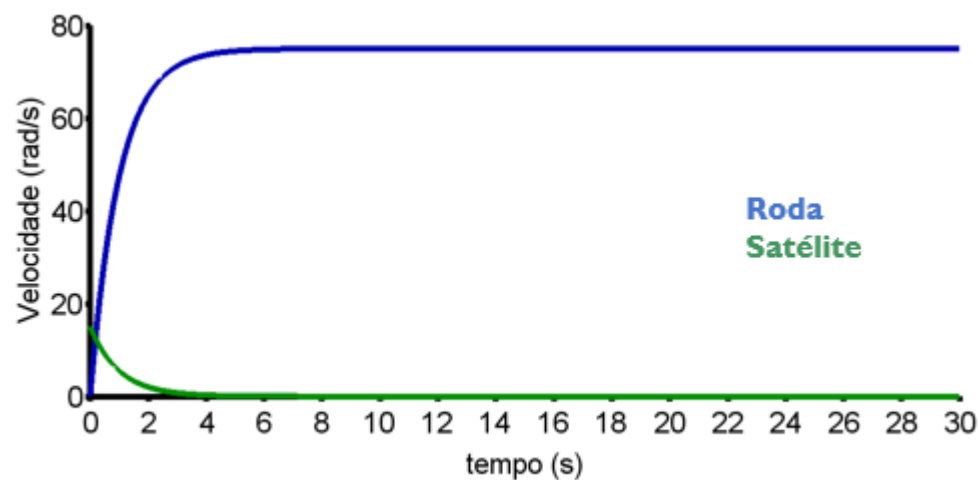


Figura 3: Velocidades angulares dos corpos.

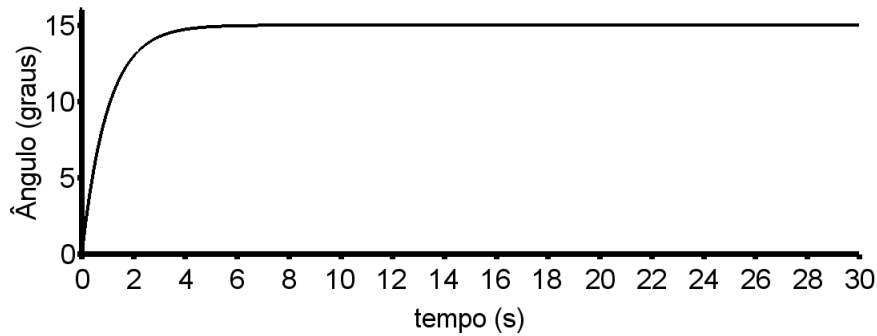


Figura 4: Ângulo de saída do satélite.

## 5 Experimento

O objetivo do experimento desse sistema é validar o conceito do tema proposto utilizando roda de reação. Dado esse objetivo, foi então planejado fazer o experimento da melhor forma possível visto o problema de pandemia que assombra o mundo, ou seja, com equipamentos baratos e de fácil manipulação. Destaca-se, então dois aparatos, o mecânico e o eletrônico. Observa-se que o experimento foi realizado remotamente devido ao momento pandêmico ocasionado pela COVID-19.

O sistema mecânico, cujo desenho é destacado na Figura 4, foi contruído com os seguintes equipamentos:

- tampa de caixa de isopor;
- CD;
- Fio de Nylon;
- Durepox;
- Distorcedor.

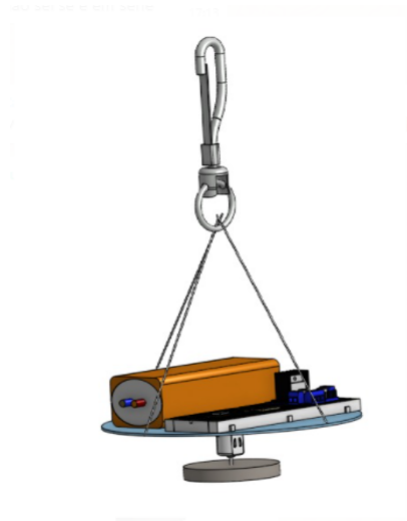


Figura 5: Desenho da construção mecânica.

A tampa da caixa de isopor serviu para comportar o sistema eletrônico, o CD como roda de reação, o fio de Nylon para segurar a tampa de isopor, o durepox para colocar peso nos extremos do CD para maior momento de inércia e o distorcedor para que o fio de Nylon não torcesse no giro. Na Figura 5 é demonstrado o sistema construído.

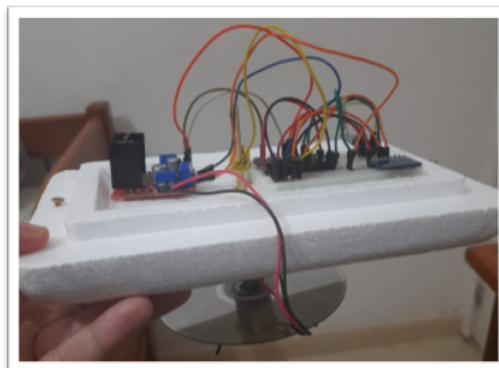


Figura 6: Construção mecânica.

No aparato eletrônico, tem-se os seguintes equipamentos:

- Arduino Nano;
- Motor DC - 5V;
- IMU GY-87;
- Bateria 9V;





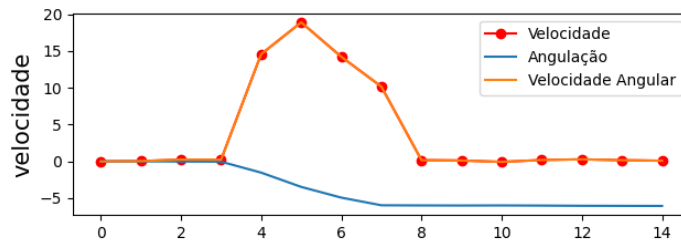


Figura 8: Dados de atitude do corpo via telemetria.

## 6 Conclusões

O trabalho teve como objetivo analisar de forma teórica e prática o funcionamento de um sistema de controle de velocidade angular utilizando roda de reação. De forma teórica, o conceito principal para o funcionamento do sistema é o de conservação angular, demonstrado pela Segunda Lei de Newton.

Para o controle da velocidade angular, demonstrou-se o sistema de controle proporcional num ambiente de simulação, suficiente para o objetivo especificado.

Dadas as demonstrações teóricas, o próximo passo foi o experimento prático, aonde foram utilizados equipamentos de forma prática e objetivo, nesse caso de testar o conceito do controle de velocidade angular por meio da roda de reação e captação de dados por meio de um sistema de telemetria.

Com todos os procedimentos executados, algumas melhorias e evoluções precisam ser realizadas, das quais se destacam: melhoria do aparato mecânico para resultados mais precisos e evolução de procedimento se tratando em controle de posição do satélite.

## Referências

- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2016), Fundamentos de física, Vol. 1.
- MCTIC (2018), ‘Cubesats’, Resumo Executivo — Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE), Brasília - DF. Disponível em <https://www.cgee.org.br>.
- Medina, I., Santiago, L. & Castañeda, C. C. (2021), *Speed PID controller simulation of a reaction wheel for CubeSat orientation applications*, 1ª edn, Journal of Physics Conference Series.
- Molina, J. C. (2016), ‘Attitude model control for cubesats’, Conference: Latin American Cubesat Workshop, Florianópolis. Disponível em <https://www.researchgate.net>.