

# Relatório Final de Pesquisa de Iniciação Científica

## **Título do Projeto:**

**Linearização por Realimentação e Estabilização  
de um Levitador Eletromagnético**

## **Identificação**

**UERJ**

**Faculdade de Engenharia — FEN**

**Departamento de Eletrônica e Telecomunicações — DETEL**

**Período deste Relatório:** agosto de 2019 a julho de 2020

### **Equipe:**

*Bolsista PIBIC/UERJ:* Guilherme Natan Ferro Braga — Matrícula: 2018.1.00652-11

*Professor Orientador:* José Paulo Vilela Soares da Cunha — Matrícula: 32.640-5

**Local de desenvolvimento do projeto:** Laboratório de Controle e Automação do Laboratório de Engenharia Elétrica

**Local e data:** Rio de Janeiro, 19 de março de 2021

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>iv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Descrição do levitador . . . . .	1
1.2 Objetivos gerais desse trabalho . . . . .	3
<b>2 Modelagem do levitador</b>	<b>4</b>
2.1 Modelagem dinâmica . . . . .	4
<b>3 Controle do levitador</b>	<b>6</b>
3.1 Linearização por realimentação . . . . .	6
3.2 Realimentação de estado . . . . .	6
3.3 Diagrama de blocos . . . . .	7
3.4 Ajustes no controlador . . . . .	7
3.5 Resultados de simulação . . . . .	9
<b>4 Conclusão</b>	<b>10</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>11</b>

# Lista de Figuras

1.1	Figura 1: Esquema básico de sua estrutura . . . . .	1
1.2	Visão superior da plataforma triangular . . . . .	2
1.3	Fotografia do levitador original . . . . .	2
2.1	Diagrama de corpo livre de um dos vértices da placa . . . . .	5
3.1	O diagrama de blocos do levitador . . . . .	7
3.2	Gráfico corrente em relação ao tempo . . . . .	9
3.3	Gráfico distância entreferro em relação ao tempo . . . . .	9

# Lista de Tabelas

3.1	Valores dos parâmetros utilizados na simulação . . . . .	7
-----	--	---

# Capítulo 1

## Introdução

Neste projeto, procura-se aprimorar um levitador eletromagnético, desenvolvido no projeto de graduação [1], e melhorados nos projetos de iniciação científica [2] e graduação [3]. Tem-se em vista desenvolver novos algoritmos de controle para o levitador, e também a remontagem de seus circuitos eletrônicos.

### 1.1 Descrição do levitador

A estrutura do levitador é em essência: Uma placa triangular a ser levitada, que possui lâminas metálicas ferromagnéticas em cada um de seus vértices; três eletroímãs colocados acima da placa, cada um desses logo acima das lâminas metálicas; e, por fim, uma estrutura de madeira, para suportar os eletroímãs e também impedir a translação horizontal da placa triangular. A estrutura do levitador e da plataforma triangular são detalhadas, respectivamente, nas Figuras 1.1 e 1.2. O levitador em si pode ser visto na Figura 1.3.

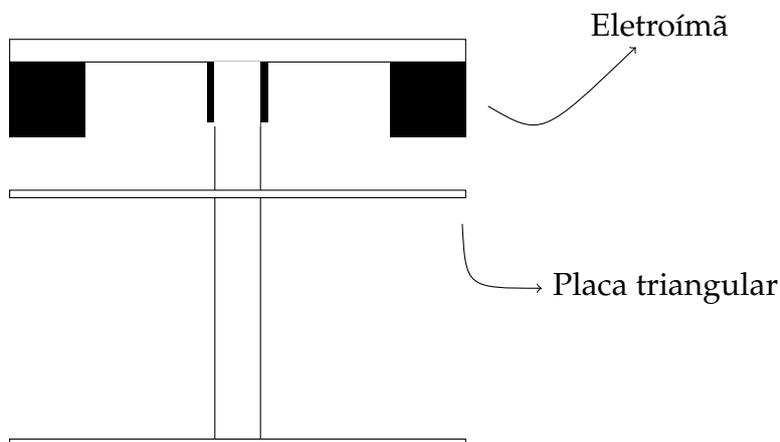


Figura 1.1: Figura 1: Esquema básico de sua estrutura

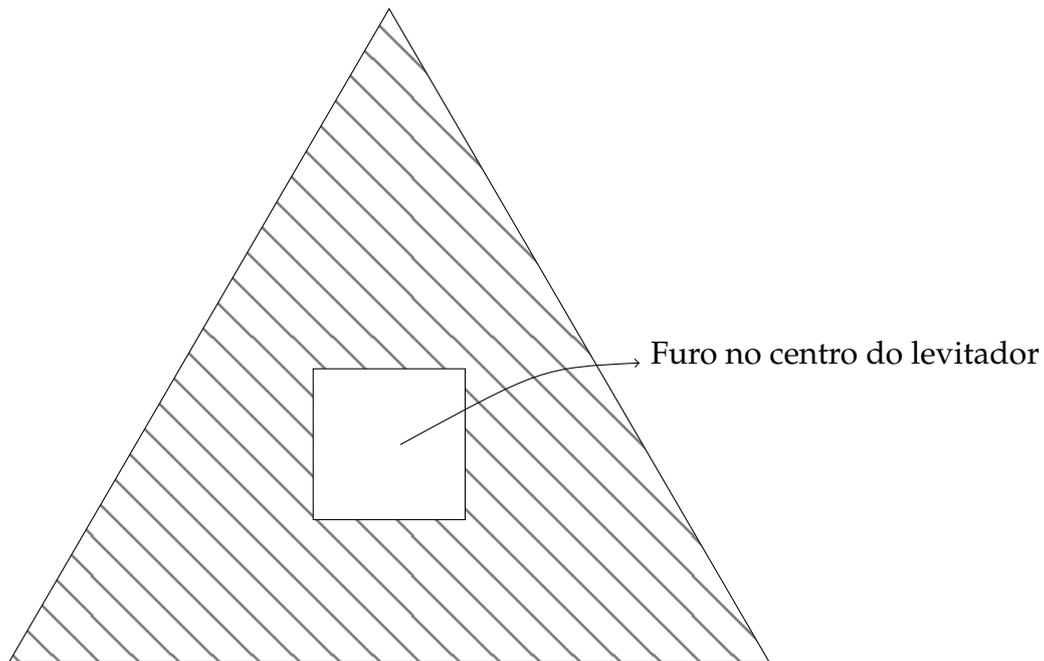


Figura 1.2: Visão superior da plataforma triangular

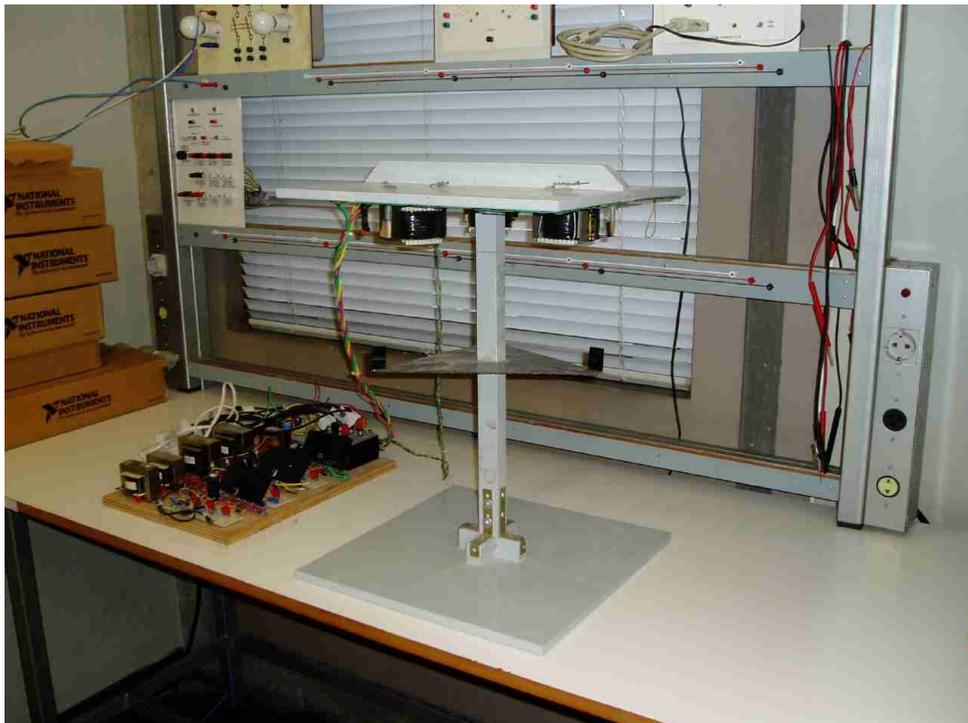


Figura 1.3: Fotografia do levitador original

Disponível em: <http://www.lee.uerj.br/~jpaulo/PG/2001/Foto-Levitacao-2001.jpg>

O princípio de seu funcionamento é descrito a seguir: Devido à aceleração da gravidade, a placa tenderia a cair. Para evitar que isso aconteça, uma corrente elétrica será aplicada nos eletroímãs, fazendo assim com que eles exerçam uma força eletromagnética contrária à força gravitacional, de modo que elas se equilibrem, para que a placa flutue. Porém, devido à natureza das interações magnéticas, a força que o eletroímã exerce na placa triangular diminui conforme aumenta a distância entre esses, diferente do peso da placa, que é constante.

Isso torna o equilíbrio instável [3]. O objetivo desse projeto é então desenvolver e aprimorar um sistema que controle a corrente elétrica aplicada no eletroímã, de modo a estabilizar a plataforma triangular.

## 1.2 Objetivos gerais desse trabalho

Os objetivos são os seguintes:

- Remontagem do levitador, de modo que a sua operação seja mais simples e segura;
- Desenvolver novas estratégias de controle do levitador que sejam mais robustas à incertezas paramétricas e perturbações
- Simulação do novo sistema de controle;
- Teste do circuito de acionamento dos eletroímãs.

# Capítulo 2

## Modelagem do levitador

Veremos aqui como podemos modelar o comportamento da plataforma a ser levitada, quando sob ação das forças peso e magnética, para assim permitir a simulação do levitador. Poderemos também utilizar diversos sinais de controle, para assim encontrar qual o mais adequado para convergir a largura do entreferro para sua posição de equilíbrio, e também criar um novo algoritmo de controle para o levitador.

A dinâmica do levitador será analisada primeiramente para apenas um grau de liberdade, para cada um dos eletroímãs em cada um dos vértices. Isso abrirá espaço para modelos mais realistas do eletroímã, que simulem o comportamento da plataforma quando sob ação simultânea dos três eletroímãs.

### 2.1 Modelagem dinâmica

Começamos com a segunda lei de newton para um corpo de massa constante, vista na Equação (2.1).

$$ma = \sum_{j=1}^n F_j, \quad (2.1)$$

onde  $m$  é um terço da massa da plataforma triangular,  $a$  é a aceleração de um dos vértices da plataforma, e  $F_j$  é uma das forças que estão agindo no corpo.

Fazendo um diagrama de corpo livre da plataforma, percebe-se que existem duas forças principais agindo na plataforma: A força peso, e a força magnética, conforme visto na Figura 2.1. O vértice da plataforma foi simplificado como sendo um ponto.

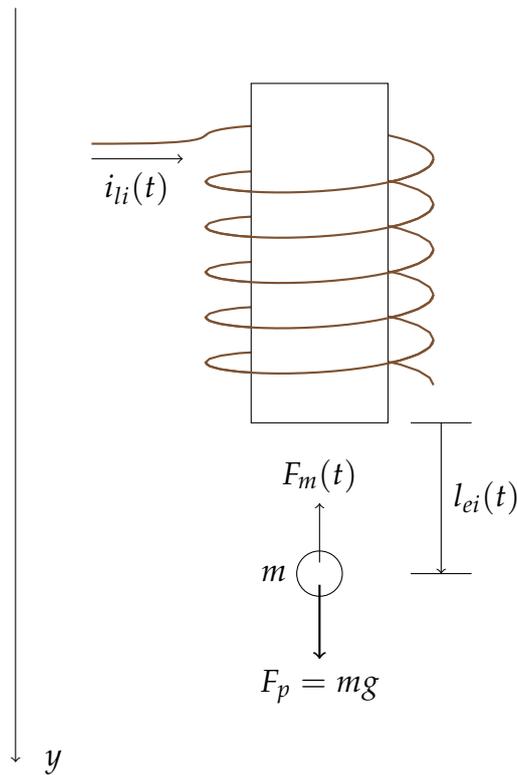


Figura 2.1: Diagrama de corpo livre de um dos vértices da placa

onde  $t$  é o tempo,  $F_m(t)$  é a força magnética exercida pelo eletroímã,  $i_{li}(t)$  é a corrente aplicada no eletroímã,  $l_{ei}(t)$  é a distância do vértice com a superfícies inferior do eletroímã,  $g$  é a aceleração gravitacional na Uerj, e  $F_p$  é a força peso.

Tomando o eixo  $y$  visto na Figura 2.1 como referencial, e aplicando suas forças na Equação (2.1), chegamos na equação

$$ma_y = mg - F_m(t). \quad (2.2)$$

Uma função para  $F_m$  em relação aos parâmetros expostos na Figura 2.1 foi obtida no projeto de graduação [1], conforme a equação

$$\frac{i_{li}(t)^2}{l_{ei}(t)^2} \times K_m, \quad (2.3)$$

Onde  $K_m = 1,78210 \times \pi \times 10^{-5} \text{Nm}^2 / \text{A}^2$  é uma constante.

Substituindo (2.3) em (2.2), chegamos na equação

$$ma_y = mg - \frac{i_{li}(t)^2}{l_{ei}(t)^2} \times K_m. \quad (2.4)$$

Levando em conta que a aceleração em  $y$  é a derivada dupla da distância entre o vértice e o eletroímã, ou seja,  $a_y = \frac{d^2 l_{ei}(t)}{dt^2}$ , a Equação (2.4) pode ser escrita como

$$\frac{d^2 l_{ei}(t)}{dt^2} = g - \frac{k_m}{m} \left( \frac{i_{li}(t)}{l_{ei}(t)} \right)^2, \quad (2.5)$$

# Capítulo 3

## Controle do levitador

O controle do levitador é aqui desenvolvido a partir do modelo apresentado no Capítulo 2. Primeiramente será realizada a linearização por realimentação para permitir que, em seguida, o levitador seja estabilizado pela realimentação de estado

### 3.1 Linearização por realimentação

Utilizaremos agora a lei de linearização por realimentação [4],

$$\dot{l}_{ei}(t) = l_{ei}(t) \sqrt{g - \frac{m}{K_m} u(t)}, \quad (3.1)$$

que, quando substituída na Equação Dinâmica (2.5), resulta na Equação (3.2).

$$\frac{d^2 l_{ei}(t)}{dt^2} = u(t). \quad (3.2)$$

### 3.2 Realimentação de estado

Definimos então o erro de posição,

$$\tilde{l}(t) = l_{ei}(t) - l_{ref}, \quad (3.3)$$

na qual,  $l_{ref}$  é a posição de referência, constante, e  $\tilde{l}(t)$  é o erro da posição. Utilizando-se a lei de controle [5],

$$u(t) = -K_{1i} \frac{d\tilde{l}(t)}{dt} - K_{0i} \tilde{l}(t), \quad (3.4)$$

que, ao ser aplicada no Sistema Linearizado (3.2), obtém-se

$$\frac{d^2 l_{ei}(t)}{dt^2} = -K_{1i} \frac{d\tilde{l}(t)}{dt} - K_{0i} \tilde{l}(t),$$

ou

$$\frac{d^2 l_{ei}(t)}{dt^2} + K_{1i} \frac{dl_{ei}(t)}{dt} + K_{0i} l_{ei}(t) = K_{0i} l_{ref}, \quad (3.5)$$

que é uma equação diferencial linear de segunda ordem, onde a equação característica de sua homogênea possui raízes características

$$\lambda = \frac{-K_{1i} \pm \sqrt{K_{1i}^2 - 4K_{0i}}}{2}. \quad (3.6)$$

O objetivo é então encontrar os valores de  $K_{1i}$  e  $K_{0i}$  mais adequados para cada um dos eletroímãs, de modo que a plataforma seja estabilizada e convirja para a posição de equilíbrio desejada, evitando-se que a corrente aplicada no eletroímã ultrapasse em nenhum momento a corrente máxima que pode ser aplicada nestes.

### 3.3 Diagrama de blocos

Foi criada uma simulação do comportamento do levitador utilizando-se do *software* Scilab, conforme visto na Figura 3.1.

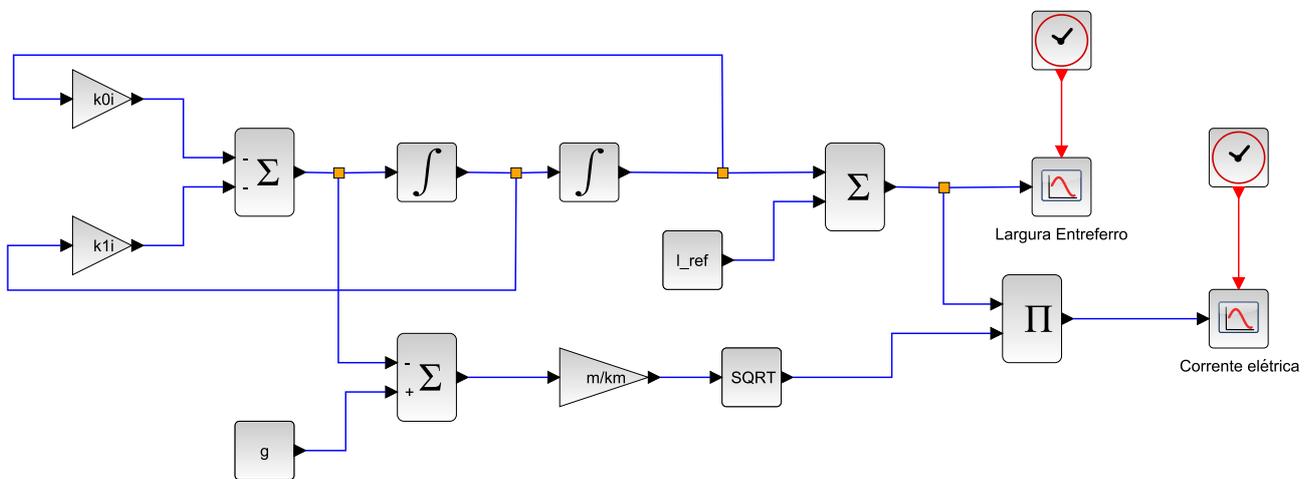


Figura 3.1: O diagrama de blocos do levitador

Foram utilizados os seguintes valores para alguns dos parâmetros, conforme visto na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros utilizados na simulação

Parâmetro	Valor	Unidade
Aceleração da gravidade	9,788	m/s <sup>2</sup>
Massa	0,038	kg
Distância de equilíbrio	0,015	m
Constante da atração da força do eletroímã	$5,598 \times 10^{-5}$	Nm <sup>2</sup> /A <sup>2</sup>

### 3.4 Ajustes no controlador

Para se calcular então as constantes  $k_{1i}$  e  $k_{0i}$ , foram feitas simulações com valores aleatórios para as raízes características  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . As simulações com esses valores devem satisfazer os seguintes pontos:

- O pico da corrente não pode passar de 2 amperes (já que este é o valor máximo de corrente que o levitador consegue produzir)
- A posição do levitador deve convergir para a referência o mais rápido possível
- A simulação deve funcionar para valores extremos (porém plausíveis) do erro da posição inicial (entorno de 5 mm)

Baseado nisso, foram encontrados os seguintes valores:

$$\lambda_1 = -20 \text{ rad/s}$$

$$\lambda_2 = -10 \text{ rad/s}$$

Sabemos que

$$\lambda_1 = \frac{-K_{1i} - \sqrt{K_{1i}^2 - 4K_{0i}}}{2} \quad e \quad \lambda_2 = \frac{-K_{1i} + \sqrt{K_{1i}^2 - 4K_{0i}}}{2}, \quad (3.7)$$

onde podemos reescrever essas equações como

$$\sqrt{K_{1i}^2 - 4K_{0i}} = -2 \times \lambda_1 - K_{1i} \quad e \quad \sqrt{K_{1i}^2 - 4K_{0i}} = 2 \times \lambda_2 + K_{1i}. \quad (3.8)$$

Juntando ambas as Equações em (3.8), chegamos então em

$$K_{1i} = -\lambda_1 - \lambda_2. \quad (3.9)$$

Se substituirmos (3.9) na Equação mais a esquerda em (3.8), chegamos em

$$\sqrt{(-\lambda_1 - \lambda_2)^2 - 4K_{0i}} = -2 \times \lambda_1 + \lambda_1 + \lambda_2, \quad (3.10)$$

ou

$$\sqrt{(-\lambda_1 - \lambda_2)^2 - 4K_{0i}} = -\lambda_1 + \lambda_2. \quad (3.11)$$

Elevando ao quadrado ambos os lados da equação

$$(-\lambda_1 - \lambda_2)^2 - 4K_{0i} = (-\lambda_1 + \lambda_2)^2. \quad (3.12)$$

Expandindo os produtos notáveis, chegamos em,

$$\lambda_1^2 + 2 \times \lambda_1 \times \lambda_2 + \lambda_2^2 - 4K_{0i} = \lambda_1^2 - 2 \times \lambda_1 \times \lambda_2 + \lambda_2^2, \quad (3.13)$$

que, ao removermos os termos de mesmo valor de seus lados, temos

$$2 \times \lambda_1 \times \lambda_2 - 4K_{0i} = -2 \times \lambda_1 \times \lambda_2. \quad (3.14)$$

Por fim, podemos reescrever isso aqui como

$$K_{0i} = \lambda_1 \times \lambda_2. \quad (3.15)$$

Podemos agora aplicar o valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  já definidos, para então chegarmos nos valores de  $k_0$  e  $k_1$ .

$$k_{0i} = (-10) \times (-20) = 200 \text{ rad/s}^2$$

$$k_{1i} = -(-10) - (-20) = 30 \text{ rad/s}$$

Estes, por sua vez, são os valores utilizados nesse projeto, nos três eletroímãs.

### 3.5 Resultados de simulação

Foram então obtidos os resultados das simulações, utilizando os valores de  $k_{1i}$  e  $k_{0i}$  calculados no capítulo anterior, e também os valores na Tabela 3.1.

A simulação foi feita utilizando-se das seguintes condições iniciais: velocidade inicial de 0.1 m/s para baixo, e com posição relativa inicial de 5 mm, abaixo do ponto de equilíbrio. Foi-se utilizado o *software* Scilab para realizar essas simulações.

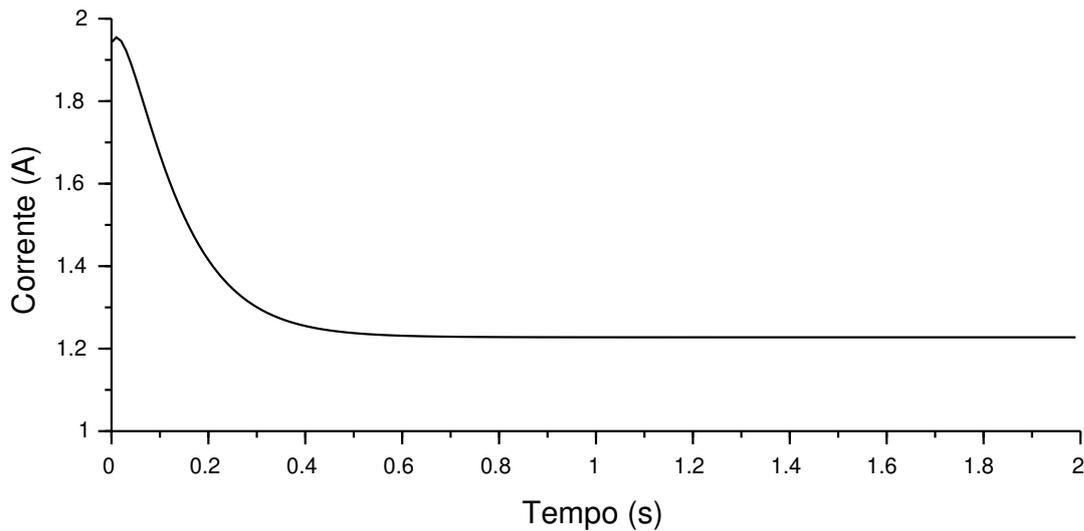


Figura 3.2: Gráfico corrente em relação ao tempo

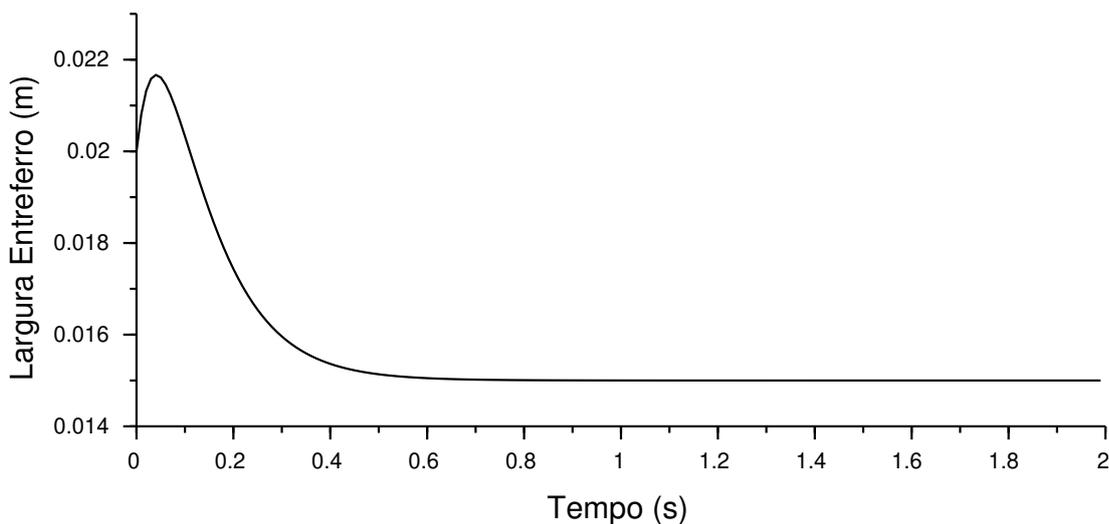


Figura 3.3: Gráfico distância entreferro em relação ao tempo

Como é possível perceber na Figura 3.2 em nenhum momento a corrente passa de 2 amperes (seu valor máximo). Também, conforme visto na Figura 3.3, a largura do entreferro se estabiliza por volta de 0,015 metros, o que é o esperado.

# Capítulo 4

## Conclusão

Foram estudadas as equações que descrevem o comportamento do levitador, e então foi criado um modelo para simular o seu comportamento. Foram também calculadas as constantes necessárias para controlar o levitador de maneira eficiente.

Como é possível perceber, a maior parte das tarefas realizadas focaram na criação / melhoria de *softwares*. O motivo disso foi por causa da quarentena, que impediu a ida do aluno para os laboratórios, impossibilitando assim os ajustes mecânicos e eletrônicos do levitador.

Tomando esse trabalho como ponto de partida, procura-se então a criação de algoritmos de controle ainda mais eficientes, para três graus de liberdade, além de novos ajustes e alterações na estrutura do levitador.

# Referências Bibliográficas

Silva, A. L. M., Cutin, M. S. e Machado, S. G. *Sistema de Levitação Eletromagnético Controlado por um Computador*. Jan. de 2001. URL: <http://www.lee.uerj.br/~jpaulo/PG/2001/PG-Levitacao-2001.pdf> (acesso em 01/11/2020).

Gonçalves, C. L. *Modelagem, Simulação e Controle de um Levitador Eletromagnético com Três Graus de Liberdade*. Ago. de 2008. URL: <http://www.lee.uerj.br/~jpaulo/PG/2008/Relatorio-Final-IC-2007-2008-Levitador.pdf> (acesso em 02/11/2020).

Gonçalves, C. L. *Controle de uma Plataforma de Levitação Eletromagnética*. Fev. de 2012. URL: <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/PG/2012/PG-Levitacao-3DOF-2012.pdf> (acesso em 16/12/2019).

Slotine, J.-J. e LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Pearson, 1991.

Ogata, K. *Modern Control Engineering, 5th edition*. Pearson, 2009.