



Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica - UERJ

Disciplina: Controle por Computador



Aula: Sistemas no Espaço de Estado em Tempo Contínuo com Sinais Amostrados e Atraso

Professor: José Paulo Vilela Soares da Cunha

Turma 01 – 2024/2

Rio de Janeiro, 10 de setembro de 2024.

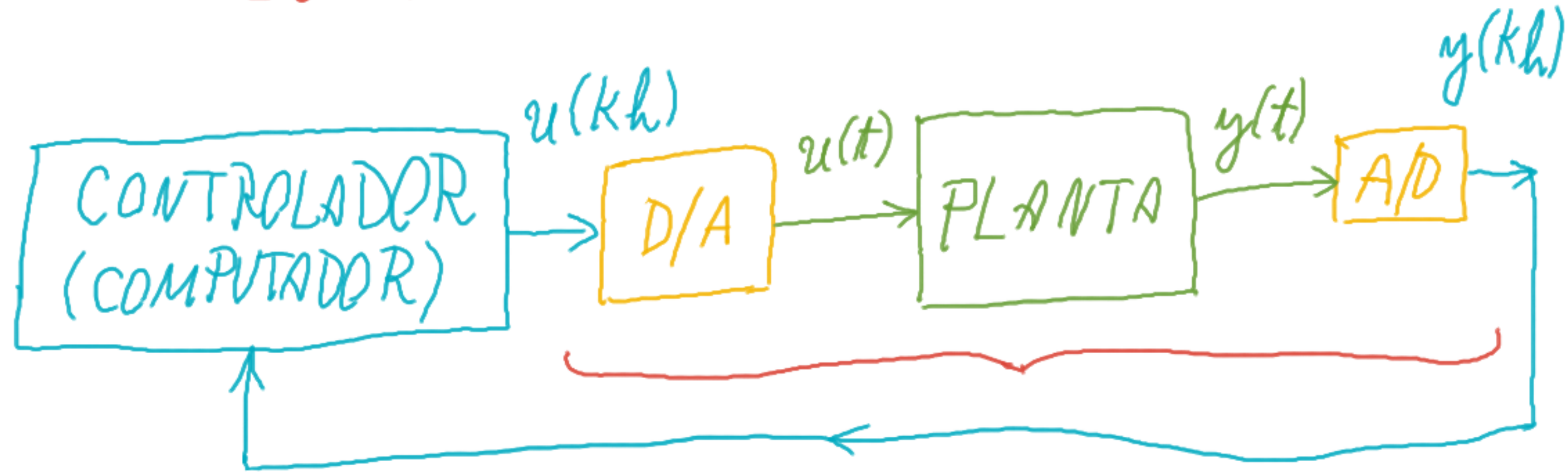


Referências

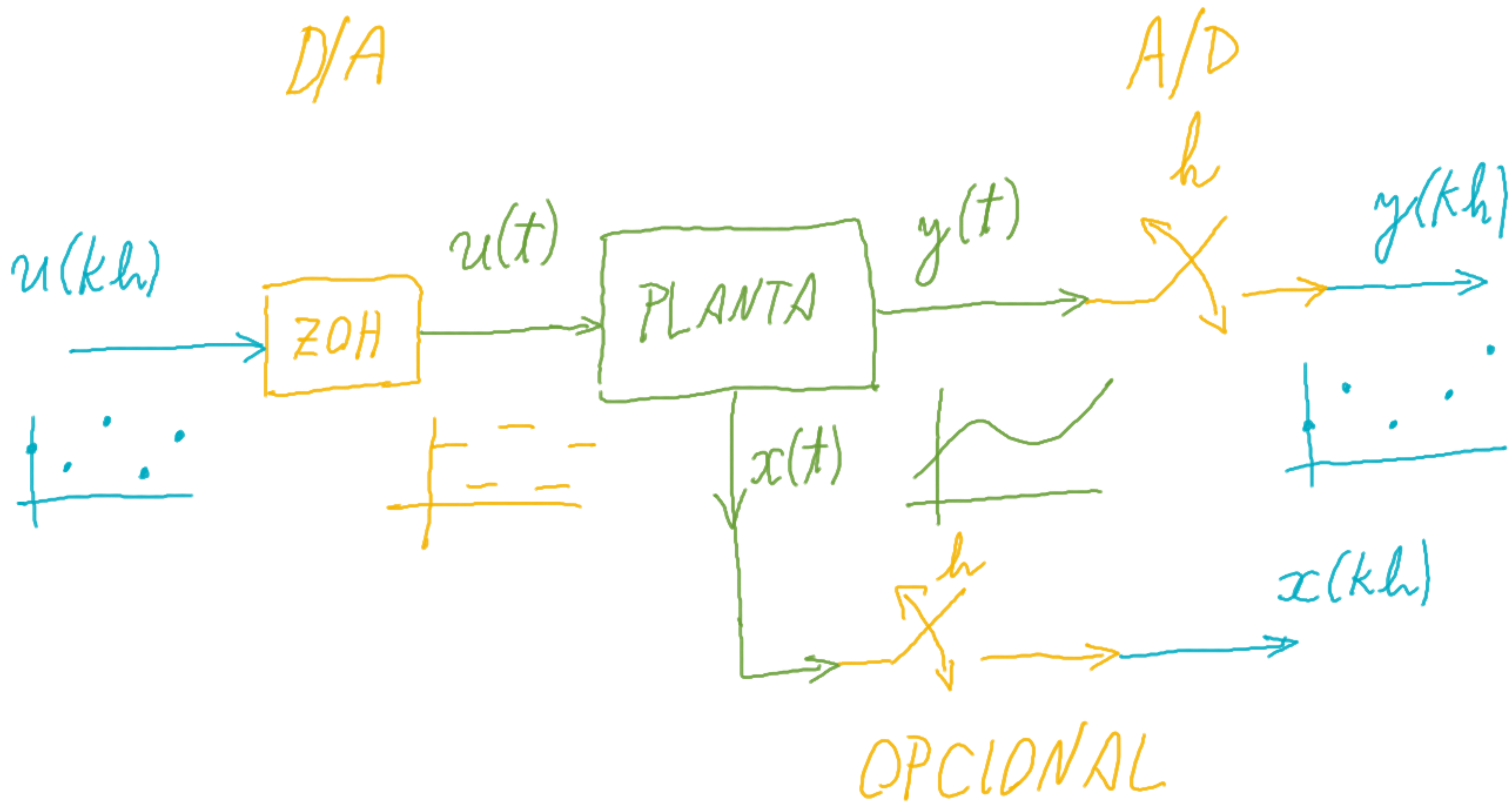
- Åström, K. J. & Wittenmark, B. (2011). Computer-Controlled Systems: Theory and Design, 3rd ed., Dover Publications. (*)

(*) Organizado para a Seção 2.3 da 3^a Edição.

UM SISTEMA DE CONTROLE POR COMPUTADOR



D/A



AMOSTRADORES PERIÓDICOS:

$$y(kh) = y(t) \big|_{t=kh}$$

$$x(kh) = x(t) \big|_{t=kh}$$

NOS QUAIS:

$t \in \mathbb{R}$ é tempo contínuo (físico - segundos),

$k \in \mathbb{Z}$ é tempo discreto (número da amostra, "sample", adimensional),

$h \in \mathbb{R}, h > 0$ é o período de amostragem (segundos).

ZOH ("ZERO ORDER HOLD"):

$$u(t) = u(kh), \quad kh \leq t < kh+h.$$

$$t \in [kh, kh+h)$$

AMOSTRAGEM DE SISTEMAS COM ATRASO

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t - \tau)$$

EQ. (2.8),
p. 38

$$y(t) = C x(t)$$

NO QUAL:

$\tau > 0$ É O ATRASO DO SINAL DE CONTROLE,
QUE É CONSTANTE.

TRÊS SITUAÇÕES:

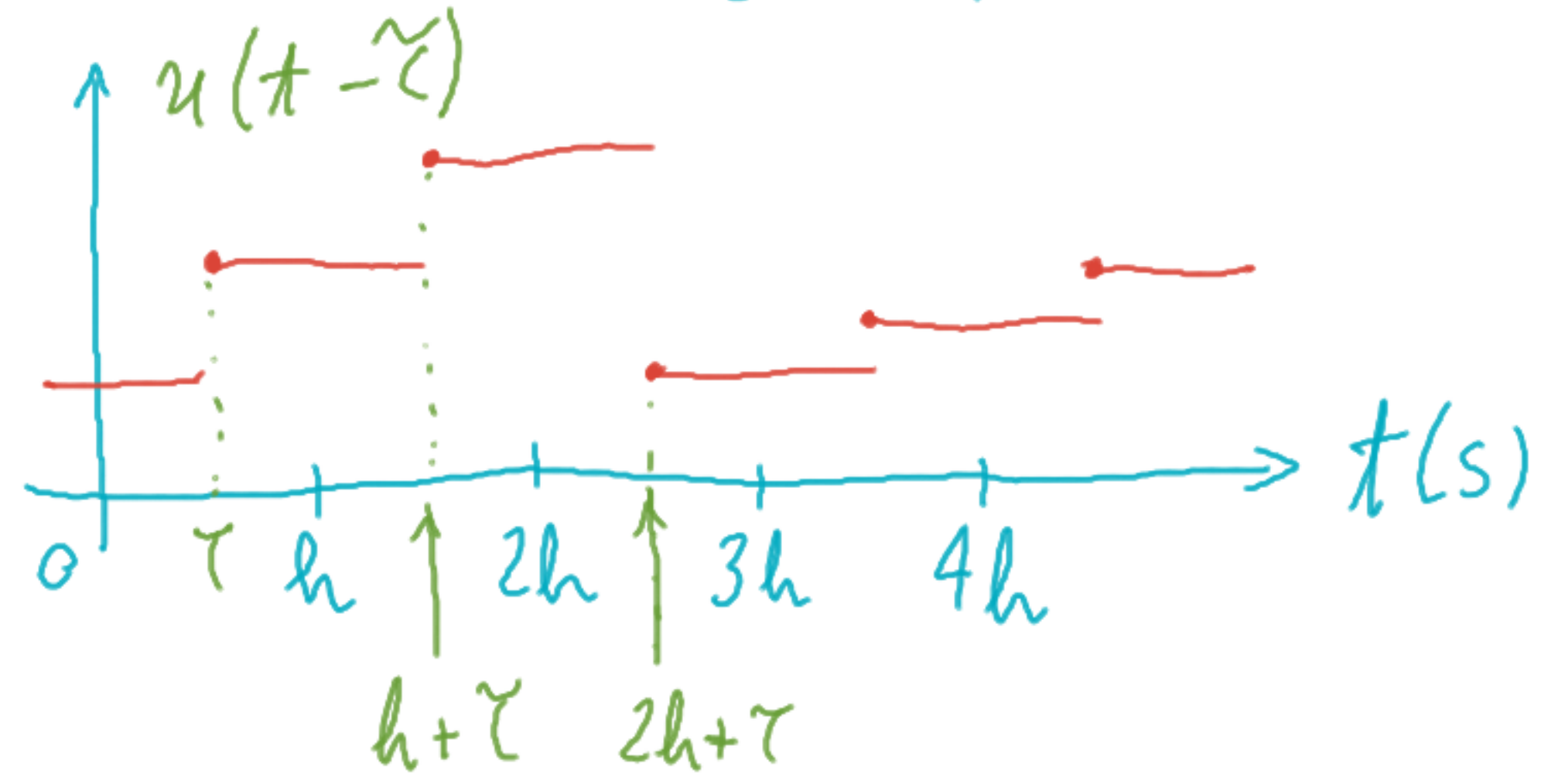
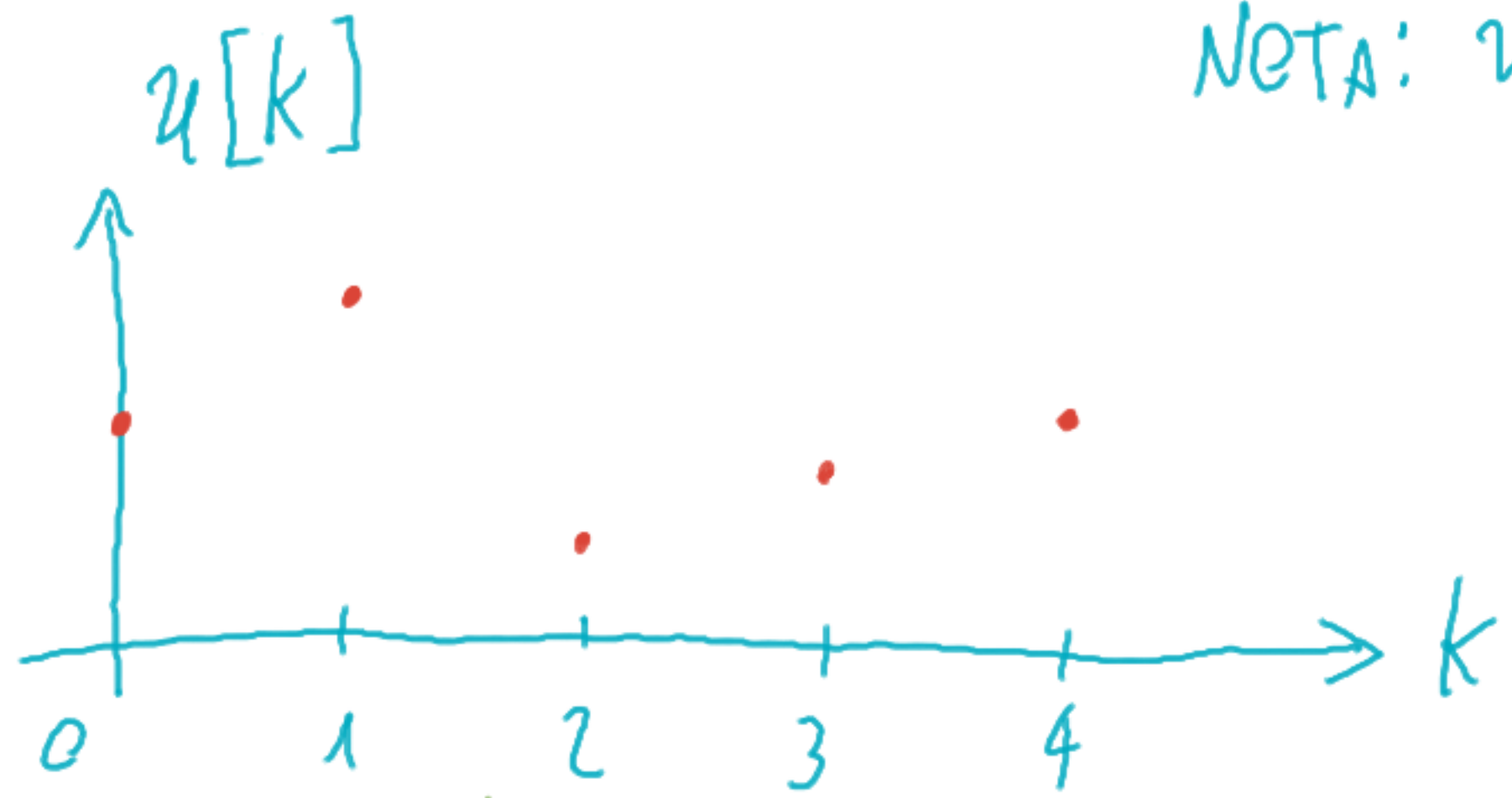
1) $\tau < h$

2) $\tau = l h$, $l = 1, 2, 3, \dots$

3) $\tau > h$ (ARBITRÁRIO)

$1) \tau < h$

NOTA: $u[k] \doteq u(kh)$



Eq. (2.9):

$$\begin{aligned}
 x(kh+h) &= \underbrace{e^{Ah}}_{\Phi} x(kh) + \int_{kh}^{kh+h} e^{A(kh+h-s')} B u(s'-\tau) ds' \\
 &= \Phi x(kh) + \int_{kh}^{kh+\tau} e^{A(kh+h-s')} B \underbrace{u(s'-\tau)}_{u(kh-h)} ds' \\
 &\quad + \int_{kh+\tau}^{kh+h} e^{A(kh+h-s')} B \underbrace{u(s'-\tau)}_{u(kh)} ds'
 \end{aligned}$$

$$x(kh+h) = \Phi x(kh) + \Gamma_0 u(kh) + \Gamma_1 u(kh-h)$$

Eq.(2,10)

NA QVAL:

$$\Phi = e^{Ah}$$

$$\Gamma_0 = \int_0^{h-\tau_1} e^{As} ds B$$

$$\Gamma_1 = e^{A(h-\tau_1)} \int_0^{\tau_1} e^{As} ds B$$

CASO 3

$$X(kh) = \begin{bmatrix} x(kh) \\ u(kh-h) \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(kh+h) \\ u(kh) \end{bmatrix}}_{X(kh+h)} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x(kh) \\ u(kh-h) \end{bmatrix}}_{X(kh)} + \begin{bmatrix} \Gamma_0 \\ I \end{bmatrix} \cdot u(kh)$$

$$2) \quad x = l h, \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

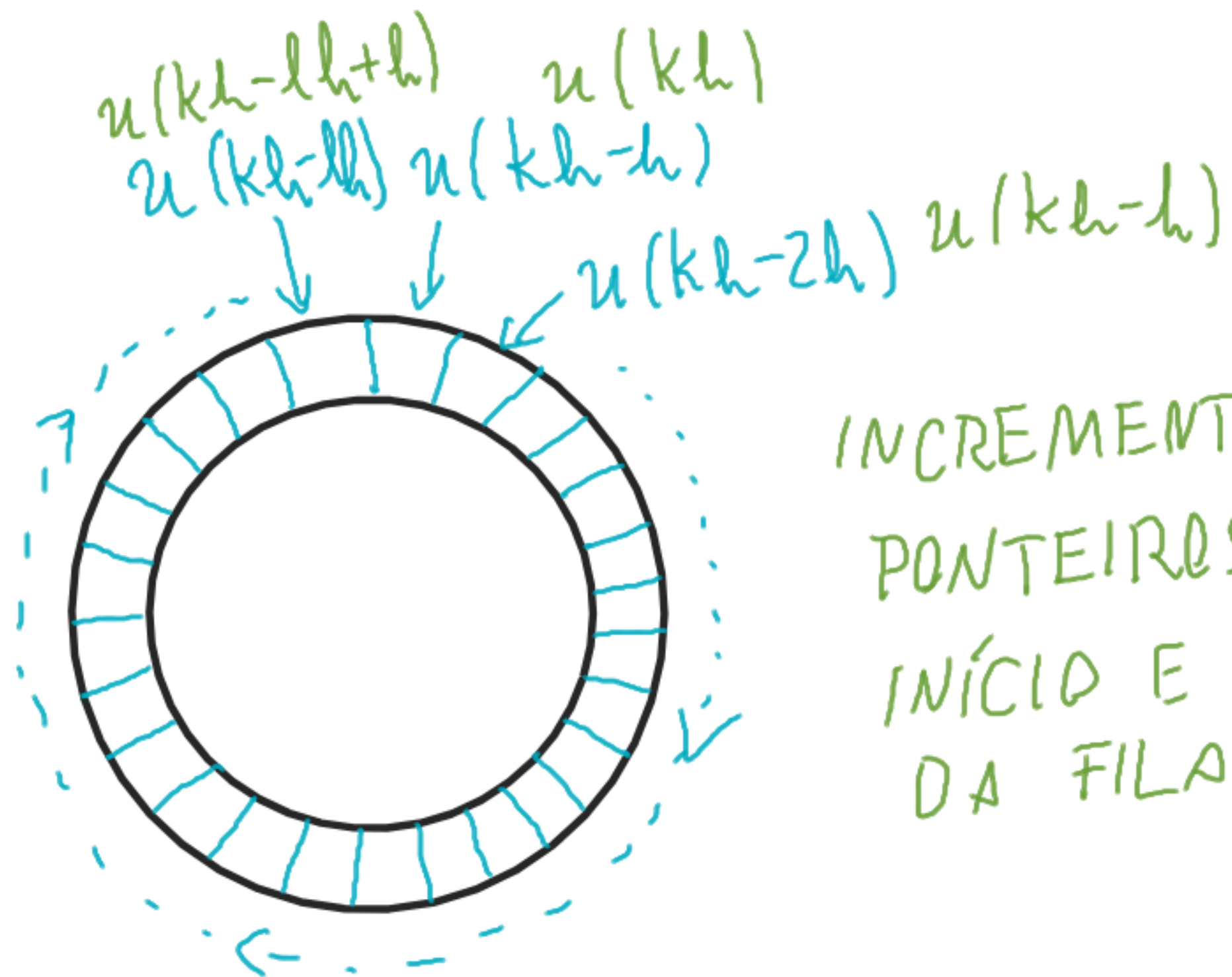
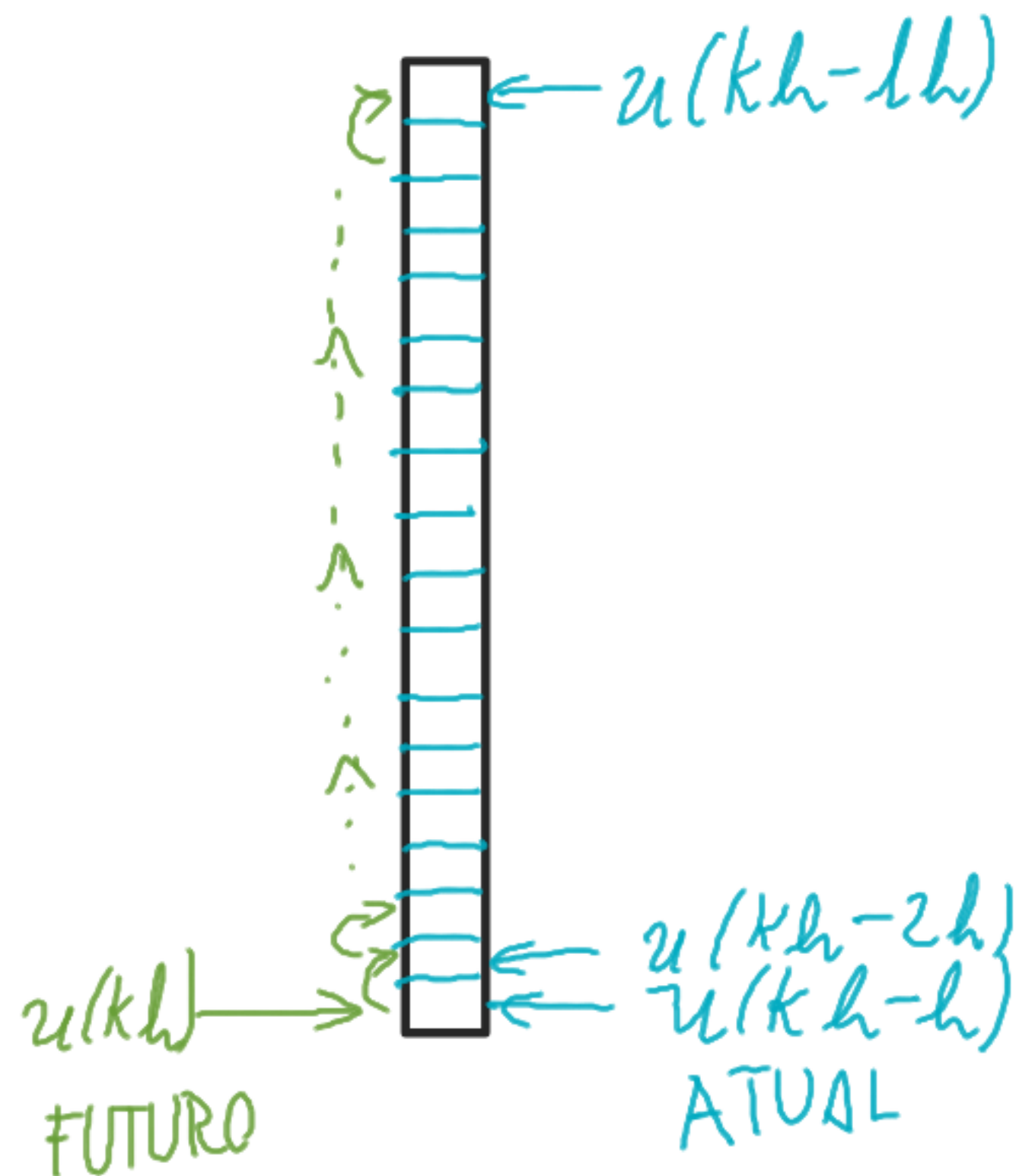
$$X(kh) = \begin{bmatrix} x(kh) \\ u(kh - l h) \\ \vdots \\ u(kh - 2h) \\ u(kh - h) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{X}(kh+h) \\
 \left[\begin{array}{c}
 x(kh+h) \\
 u(kh-lh+h) \\
 u(kh-lh+2h) \\
 \vdots \\
 u(kh-h) \\
 u(kh)
 \end{array} \right]
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \text{CASO 2} \\
 \left[\begin{array}{ccccccc}
 \Phi & \Gamma & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & & & \ddots & & & \\
 0 & \dots & \dots & \dots & I & 0 \\
 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{X}(kh) \\
 \left[\begin{array}{c}
 x(kh) \\
 u(kh-lh) \\
 u(kh-lh+h) \\
 \vdots \\
 u(kh-h) \\
 u(kh)
 \end{array} \right]
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 I
 \end{array} \right]
 u(kh)
 \end{array}$$

$$y(kh) = \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} X(kh)$$

Φ e Γ DO SISTEMA SEM ATRASO

FILA TRADICIONAL



INCREMENTAM-SE
PONTEIROS DE
INÍCIO E FIM
DA FILA

FILA CIRCULAR É MAIS
EFICIENTE COMPUTACIONALMENTE

3) $\tau > h$ τ ARBITRÁRIO

$$X(kh) = \begin{bmatrix} x(kh) \\ u(kh - h) \\ \vdots \\ u(kh - 2h) \\ u(kh - h) \end{bmatrix}$$

COM:

$$\tau = (l-1)h + \tau'$$

$$0 < \tau' < h \rightarrow \text{CASO 3}$$

SE $\tau' = h$, ENTÃO

$$\tau = lh \rightarrow \text{CASO 2}$$

CASO 3 (VIDE CASOS 1 E 2)

$$\begin{array}{c} X(kh+h) \\ \left[\begin{array}{c} x(kh+h) \\ u(kh-lh+h) \\ u(kh-lh+2h) \\ \vdots \\ u(kh-h) \\ u(kh) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccccccc} \Phi & \Gamma_1 & \Gamma_0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & I & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} X(kh) \\ \left[\begin{array}{c} x(kh) \\ u(kh-lh) \\ u(kh-lh+h) \\ \vdots \\ u(kh-h) \\ u(kh) \end{array} \right] \end{array} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{array} \right] u(kh)
 \end{array}$$

$$y(kh) = [C \ 0 \ \dots \ 0] X(kh)$$