



Disciplina: Controle e Servomecanismos I



Atividades: **Revisão de Função de Transferência, Resposta em Frequência e Diagramas de Bode**

Professor: José Paulo Vilela Soares da Cunha

Rio de Janeiro, 30 de julho de 2020.



Referências

- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2018). Controle Automático, 2ª edição, LTC. (*)
- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2011). Controle Automático, LTC.

(*) Organizado para a 2ª edição, Seções 2.4, 5.1, 5.2 e 5.4.

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

SISTEMA SISO LTI:



ESTADO INICIAL (INTERNO)
É NULO: $x(0) = 0$
ou SISTEMA RELAXADO



$$U(s) = 1 \Rightarrow Y(s) = G(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \downarrow$$

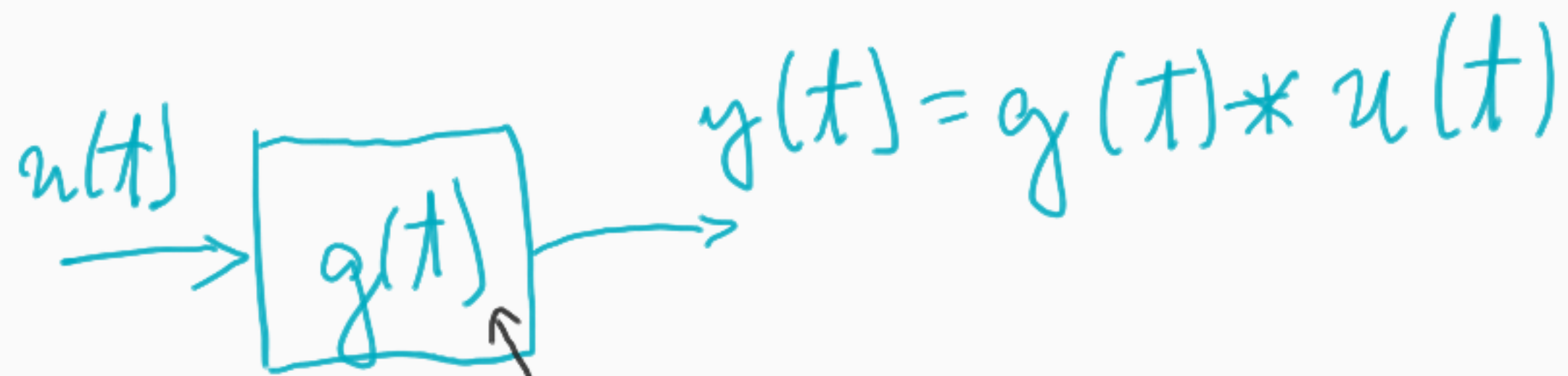
$$u(t) = \delta(t)$$

$$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$\rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = g(t)$$

RESPOSTA IMPULSIVA! \uparrow

$$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$$



CONDICÕES INICIAIS NULAS

RESPOSTA EM FREQUÊNCIA



$s = j\omega \rightarrow$ TRANSFORMADA
DE FOURIER

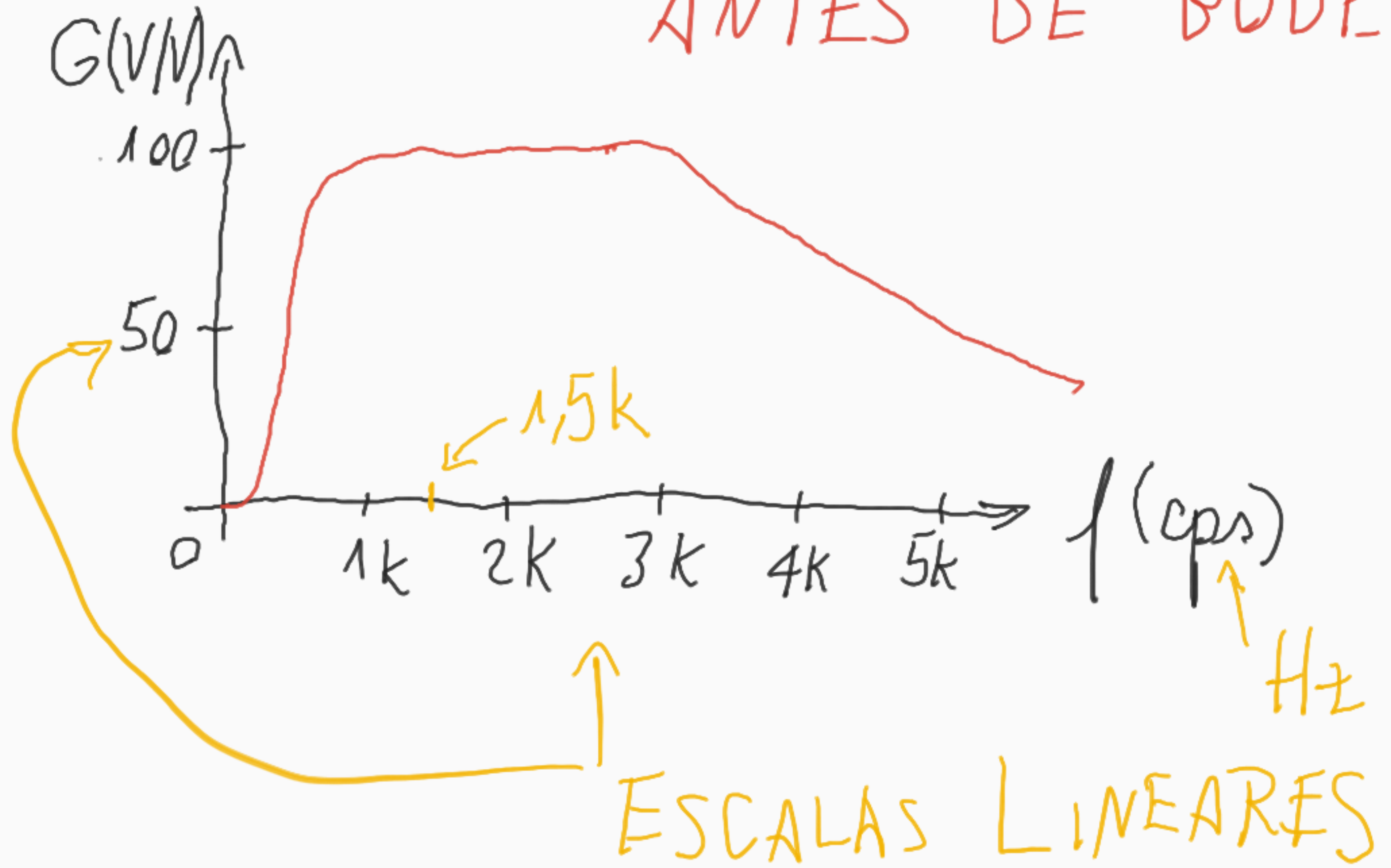
DECIBEL:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{ref}}$$
$$dB_m = 10 \log_{10} \frac{P}{1mW}$$

POTÊNCIA NUMA CARGA RESISTIVA:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow dB = 10 \log \frac{V^2/R}{V_{ref}^2/R}$$
$$= 20 \log \frac{V}{V_{ref}}$$

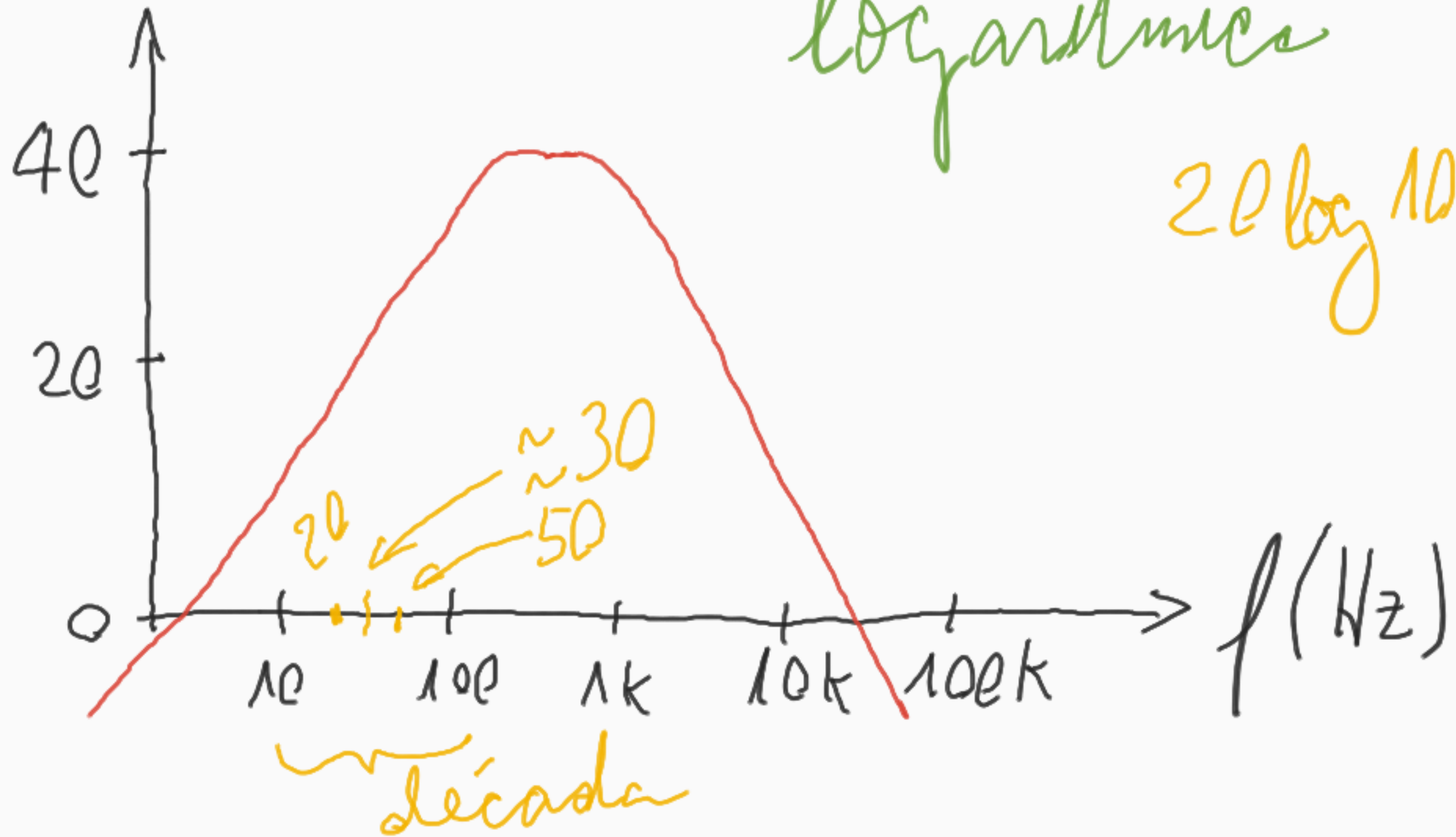
ANTES DE BODE



BODE (1945)

- dB para os ganhos
- escala de frequências logarítmicas

$$20 \log |G| \text{ (dB)}$$



$$20 \log 100 = 40 \text{ dB}$$

$$\log 3 \approx 0,48$$

$$\approx 0,5$$

$$\log 5 \approx 0,7$$

Comprimento de onda da rede
elétrica:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{60 \text{ Hz}} = 5000 \text{ km}$$

GRÁFICOS DE BODE

$$G(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

NA QUAL:

z_i é o i -ésimo zero;

p_i é o i -ésimo polo;

K é o ganho de alta frequência.

$$G(s) = K \underbrace{\frac{|z_1| \dots |z_m|}{|p_1| \dots |p_m|}}_{\bar{K}} \frac{s-z_1}{|z_1|} \dots \frac{s-z_m}{|z_m|} \cdot \frac{|p_1|}{s-p_1} \dots \frac{|p_m|}{s-p_m}$$

MÓDULO:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |\bar{K}| + 20 \log \left| \frac{j\omega - z_1}{z_1} \right| + \dots$$

$$+ 20 \log \left| \frac{j\omega - z_m}{z_m} \right| + 20 \log \left| \frac{p_1}{j\omega - p_1} \right| + \dots + 20 \log \left| \frac{p_m}{j\omega - p_m} \right|$$

FASE:

$$\underline{G(j\omega)} = \underline{\bar{K}} + \underline{\frac{j\omega - z_1}{|z_1|}} + \dots + \underline{\frac{j\omega - z_m}{|z_m|}} + \underline{\frac{|p_1|}{j\omega - p_1}} + \dots + \underline{\frac{|p_n|}{j\omega - p_n}}$$

CURVAS DE BODE DOS

TERMOS BÁSICOS



$20 \log |\bar{K}|$
(dB)

AMPLIFICAÇÃO
 $|\bar{K}| > 1$

$|\bar{K}| = 1$

ω (rad/s)

$|\bar{K}| < 1$

ATENUAÇÃO

$\bar{K} > 0$

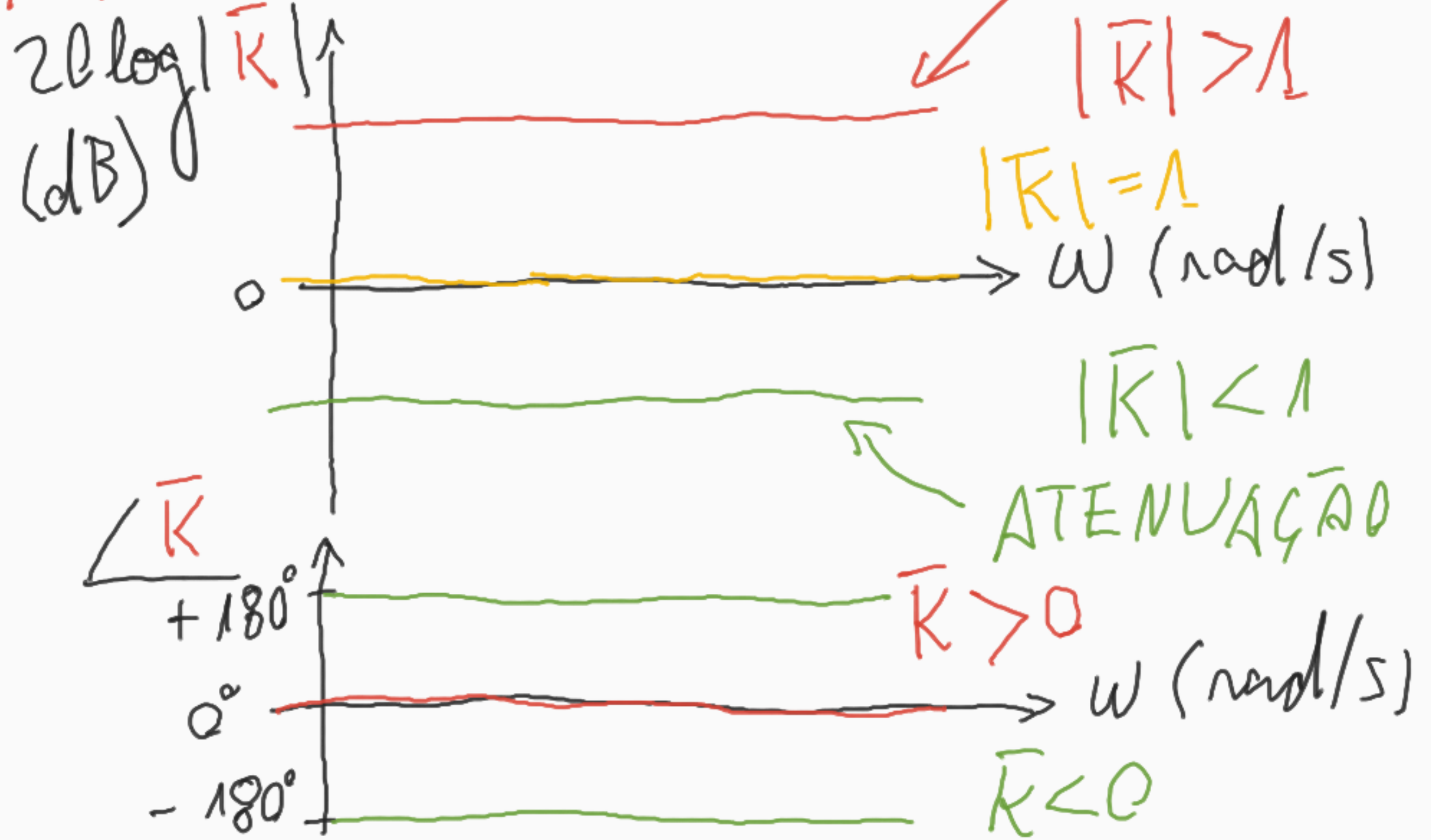
ω (rad/s)

$\bar{K} < 0$

$\angle \bar{K}$
 $+180^\circ$

0°

-180°



$$\frac{s-z}{|z|}$$

(ZERO REAL)

$$20 \log \left| \frac{j\omega - z}{z} \right| = 20 \log \frac{\sqrt{\omega^2 + z^2}}{|z|}$$

$z < 0 \rightarrow$ zero de fase mínima

$z > 0 \rightarrow$ zero de fase não mínima

$$20 \log \left| \frac{j\omega - z}{z} \right| \text{ (dB)}$$

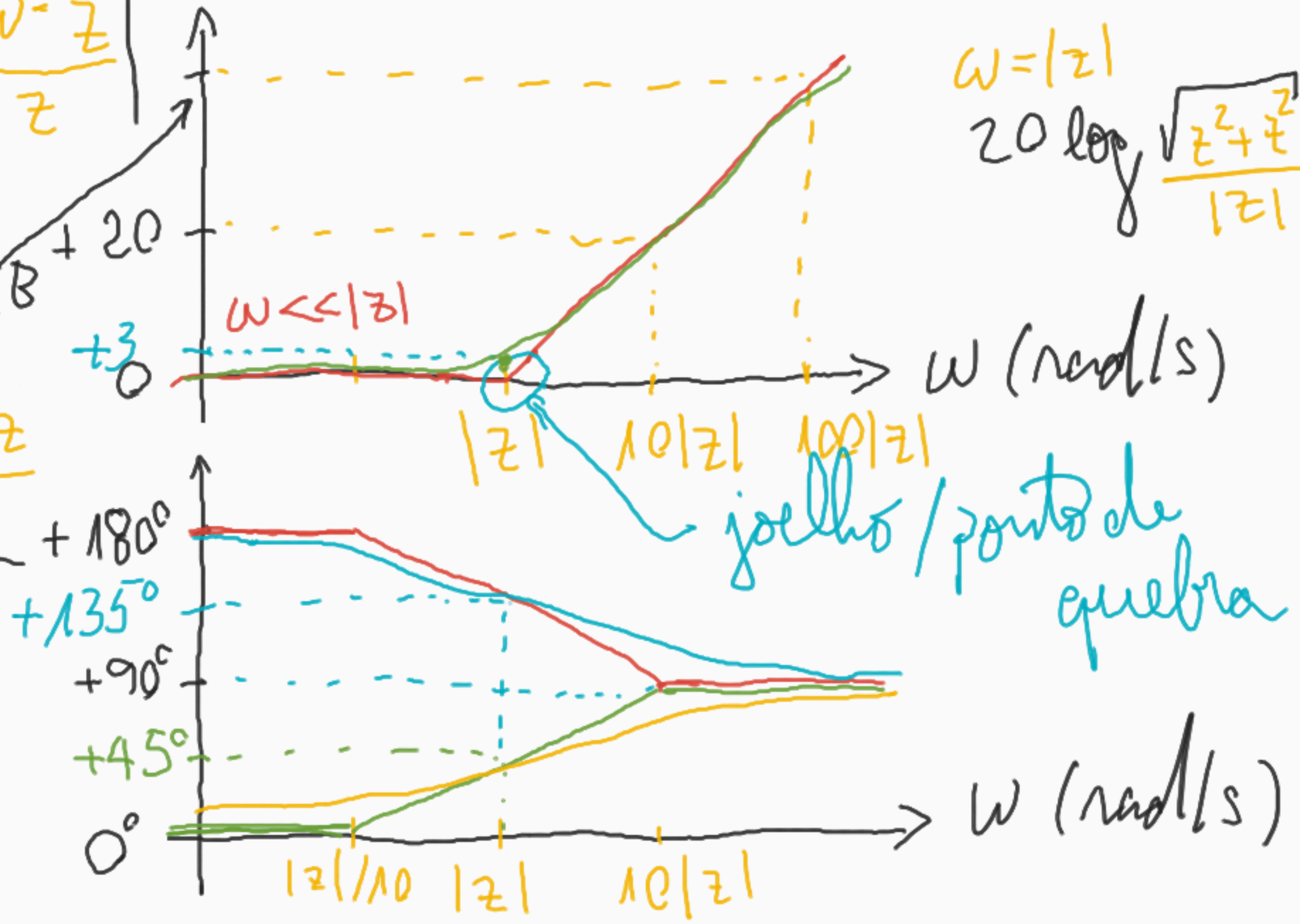
$$\omega = |z|$$

$$20 \log \frac{\sqrt{z^2 + z^2}}{|z|}$$

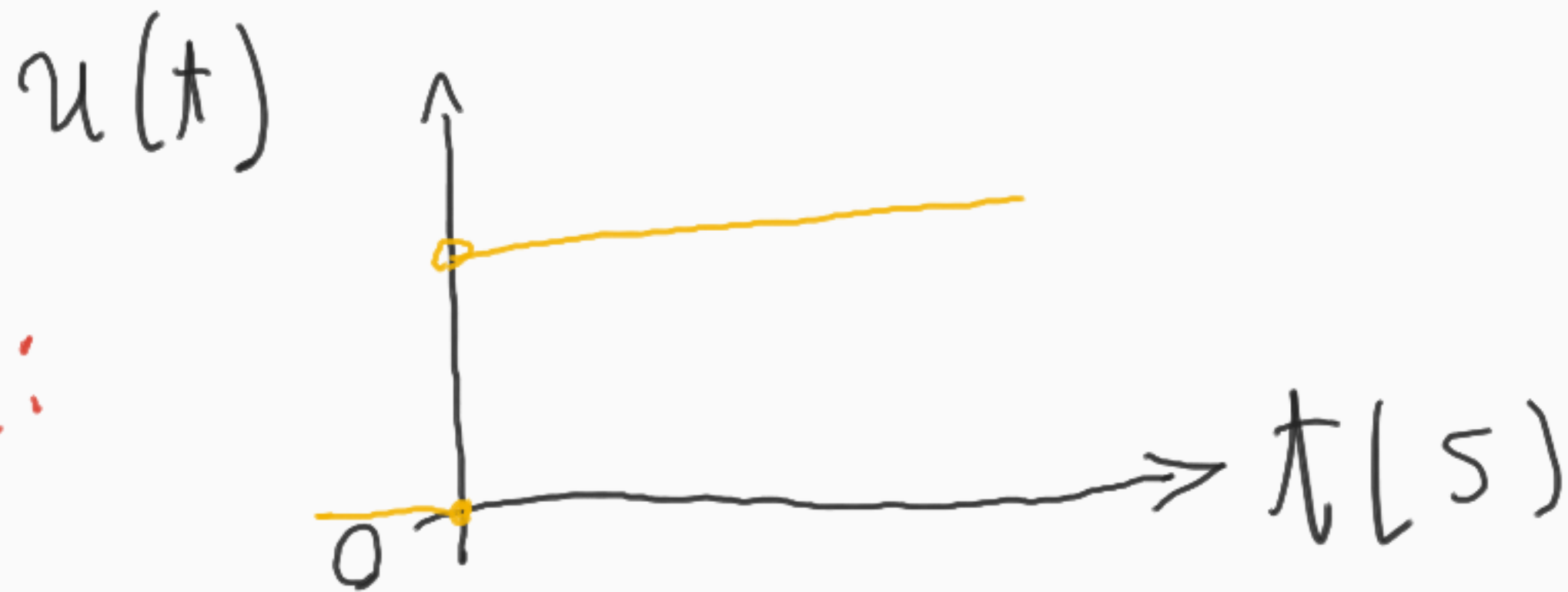
$$\frac{j\omega - z}{|z|}$$

$$\angle \frac{j\omega - z}{|z|}$$

$$\angle -z = \begin{cases} 180^\circ, & z > 0 \\ 0^\circ, & z < 0 \end{cases}$$



Resposta
ao degrau:



Difícil o
controle!



fase mínima
 $z < 0$

$z > 0$

fase
não-mínima