Disciplina: **Controle e Servomecanismos I**

Atividades: **Revisão de Resposta em Frequência e Diagramas de Bode**

Professor: José Paulo Vilela Soares da Cunha

Rio de Janeiro, 06 de agosto de 2020.

Referências

- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2018). Controle Automático, 2ª edição, LTC. (*)
- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2011). Controle Automático, LTC.
- Gráficos sobre sistemas de segunda ordem, Figura 5: http://www.lee.uerj.br/~jpaulo/Contri/sistemas-de-segunda-ordem.html

(*) Organizado para a 2ª edição, Seção 5.2.

GRÁFICOS DE BODE

$$G(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

NA QUAL:

z_i é o i-ésimo zero;

p_i é o i-ésimo polo;

K é o ganho de alta frequência.

$$G(s) = K \underbrace{\frac{|z_1| \dots |z_m|}{|p_1| \dots |p_n|}}_{\bar{K}} \frac{s - z_1}{|z_1|} \dots \frac{s - z_m}{|z_m|} \cdot \frac{|p_1|}{s - p_1} \cdot \dots \frac{|p_n|}{s - p_n}$$

MÓDULO:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |\bar{K}| + 20 \log \left| \frac{j\omega - z_1}{z_1} \right| + \dots$$

$$+ 20 \log \left| \frac{j\omega - z_m}{z_m} \right| + 20 \log \left| \frac{p_1}{j\omega - p_1} \right| + \dots + 20 \log \left| \frac{p_n}{j\omega - p_n} \right|$$

FASE:

$$\angle G(j\omega) = \angle \bar{K} + \angle \frac{j\omega - z_1}{|z_1|} + \dots + \angle \frac{j\omega - z_m}{|z_m|} + \angle \frac{|p_1|}{j\omega - p_1} + \dots + \angle \frac{|p_n|}{j\omega - p_n}$$

CURVAS DE BODE DOS TERMOS BÁSICOS

POLOS COMPLEXOS CONJUGADOS

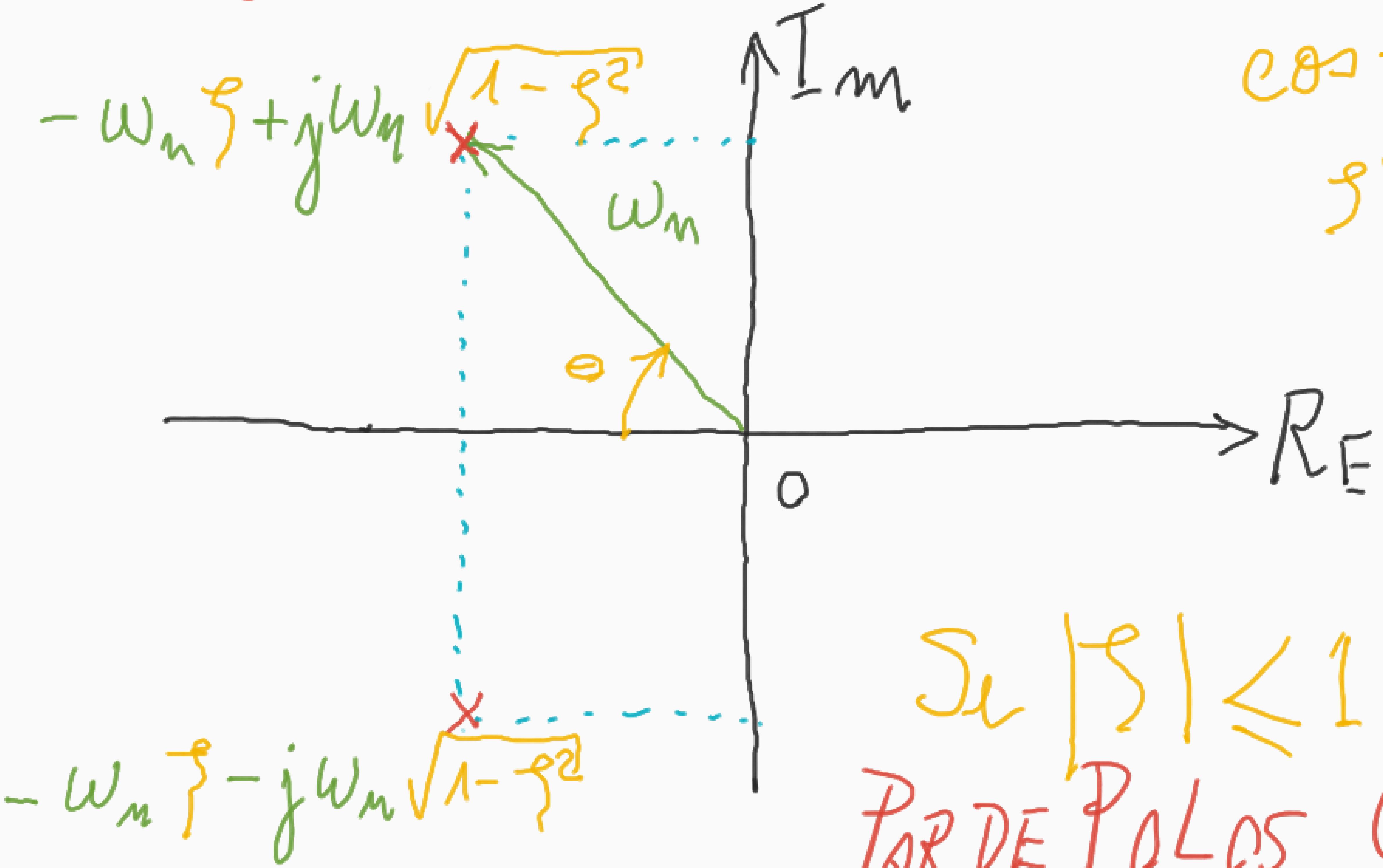
$$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

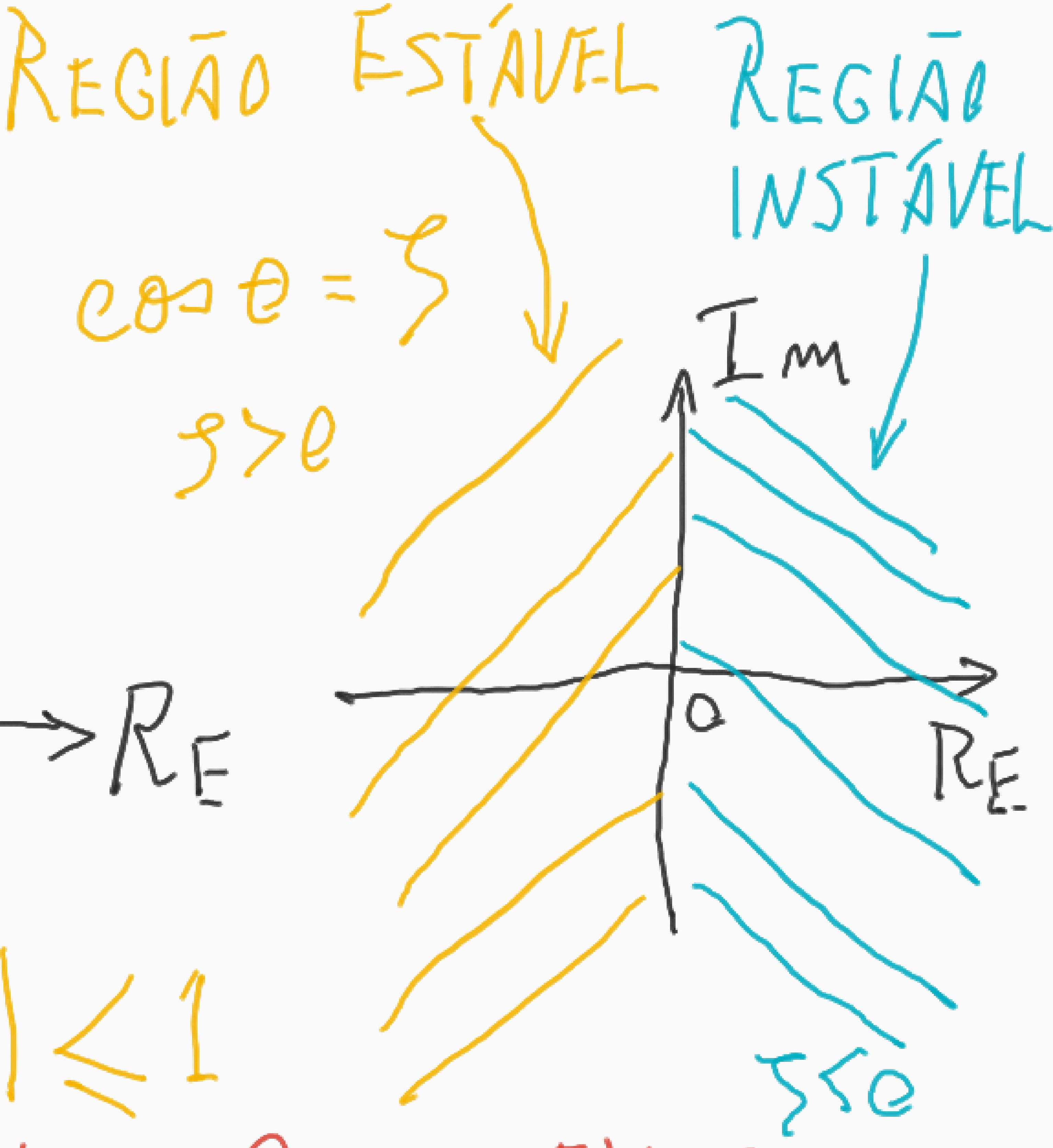
NO QUAL:

ω_n é frequência natural não amortecida (rad/s)

ξ ou ξ é o fator de amortecimento (adimensional)

PLANO S



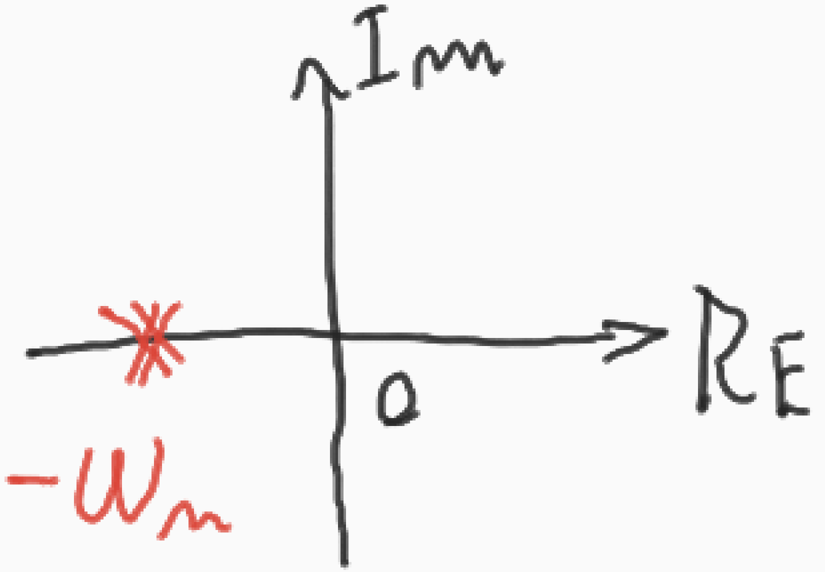


Se $|\xi| \leq 1$

PAR DE POLOS COMPLEXOS CONJUGADOS

Se $\xi = 1$: AMORTECIMENTO CRÍTICO

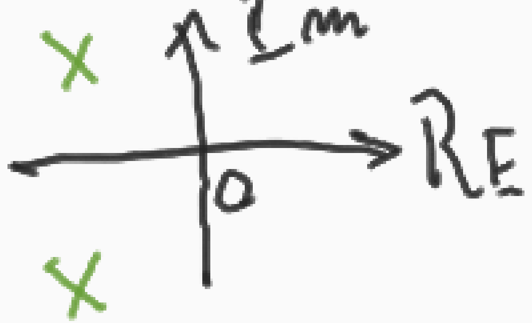
$\cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ \Rightarrow$ POLOS REAIS E IGUAIS A $-\omega_n$ (DUPLOS)

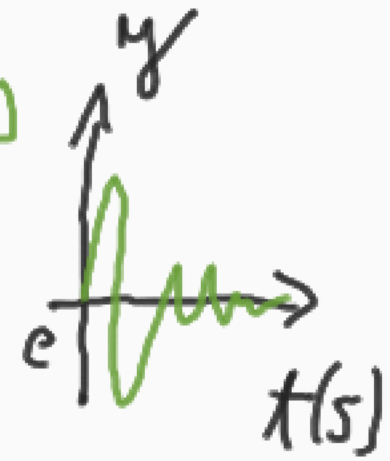


Se $0 < \xi < 1$:

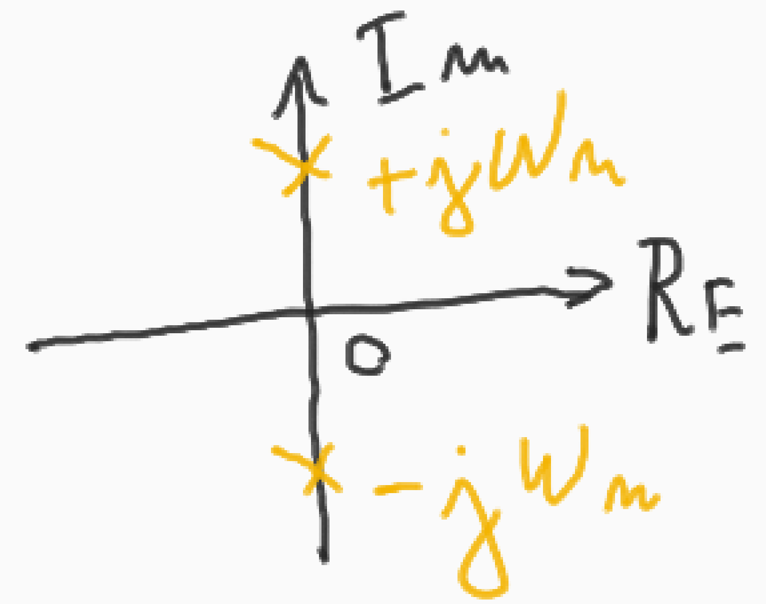
Polos complexos conjugados e estáveis

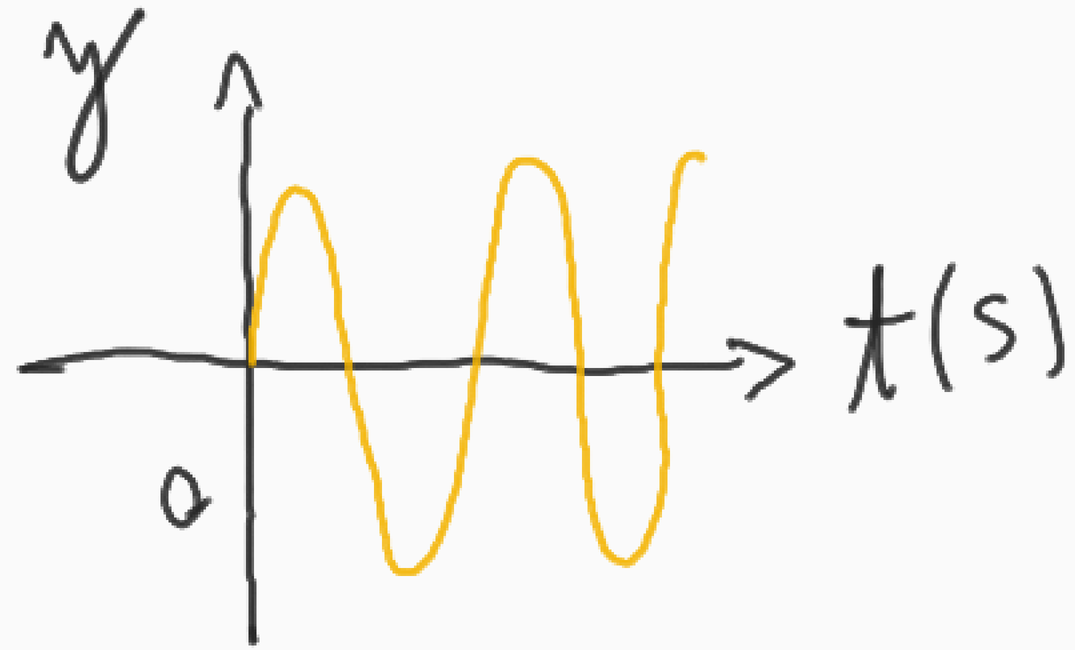
SUBAMORTECIDO



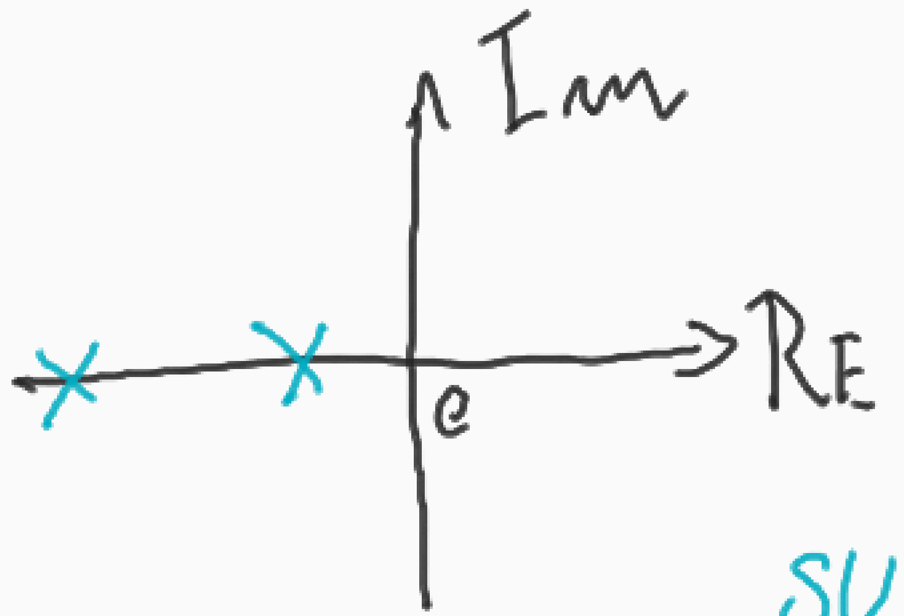


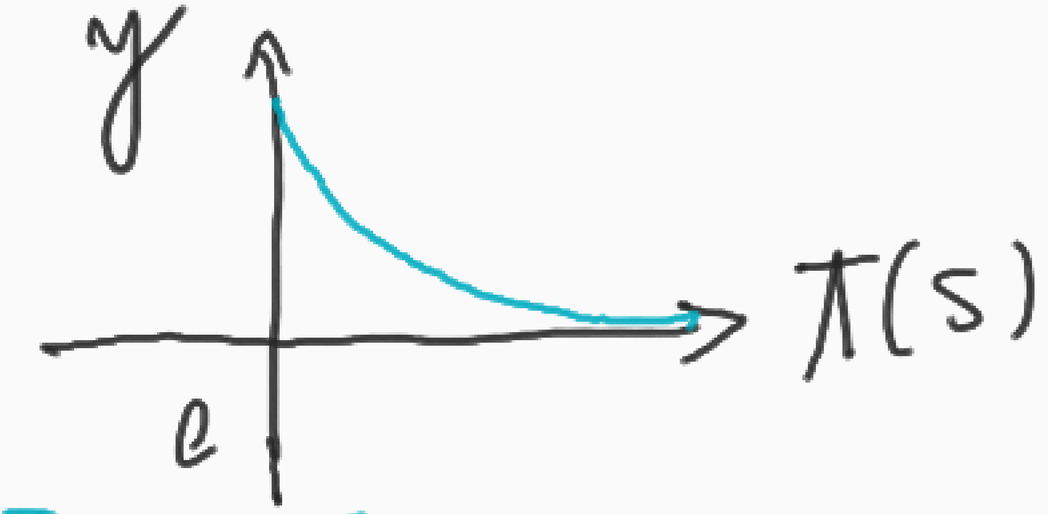
Se $\xi = 0 \Rightarrow \theta = 90°$ SEM AMORTECIMENTO





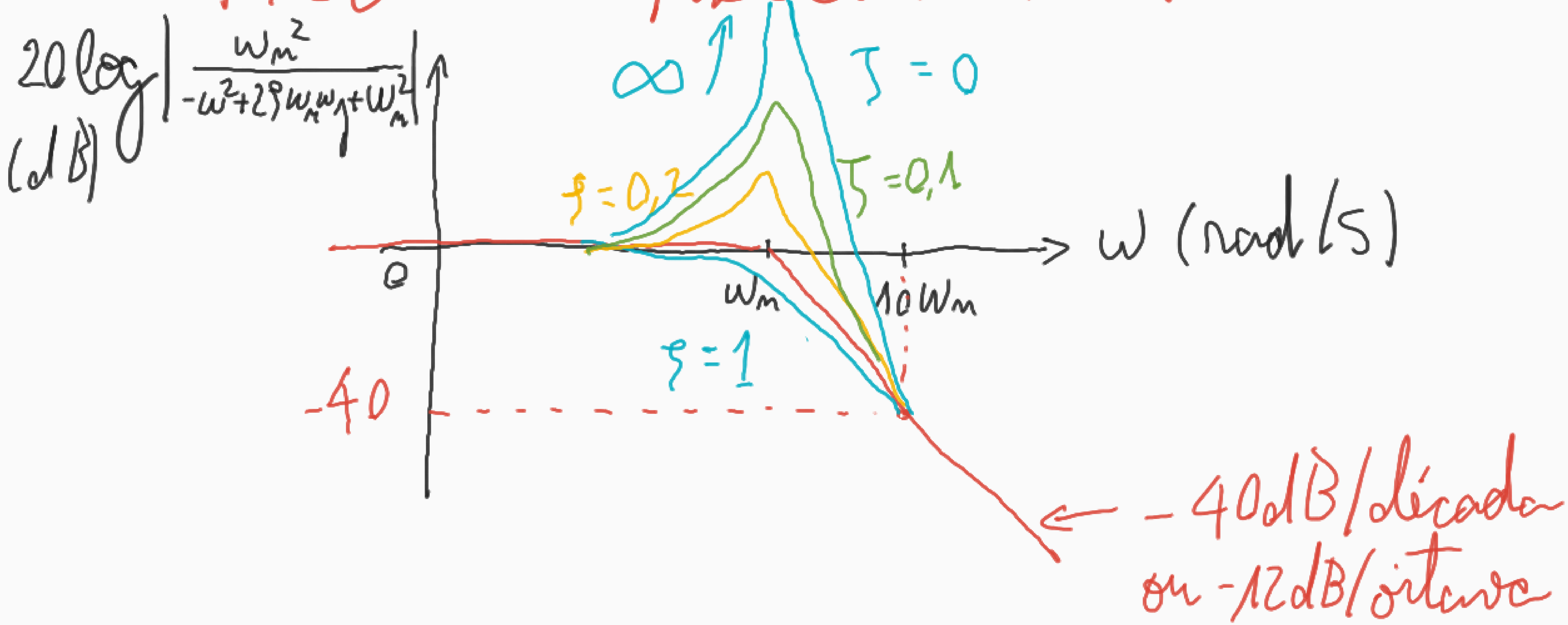
Se $\xi > 1 \Rightarrow$ POLOS são reais e distintos





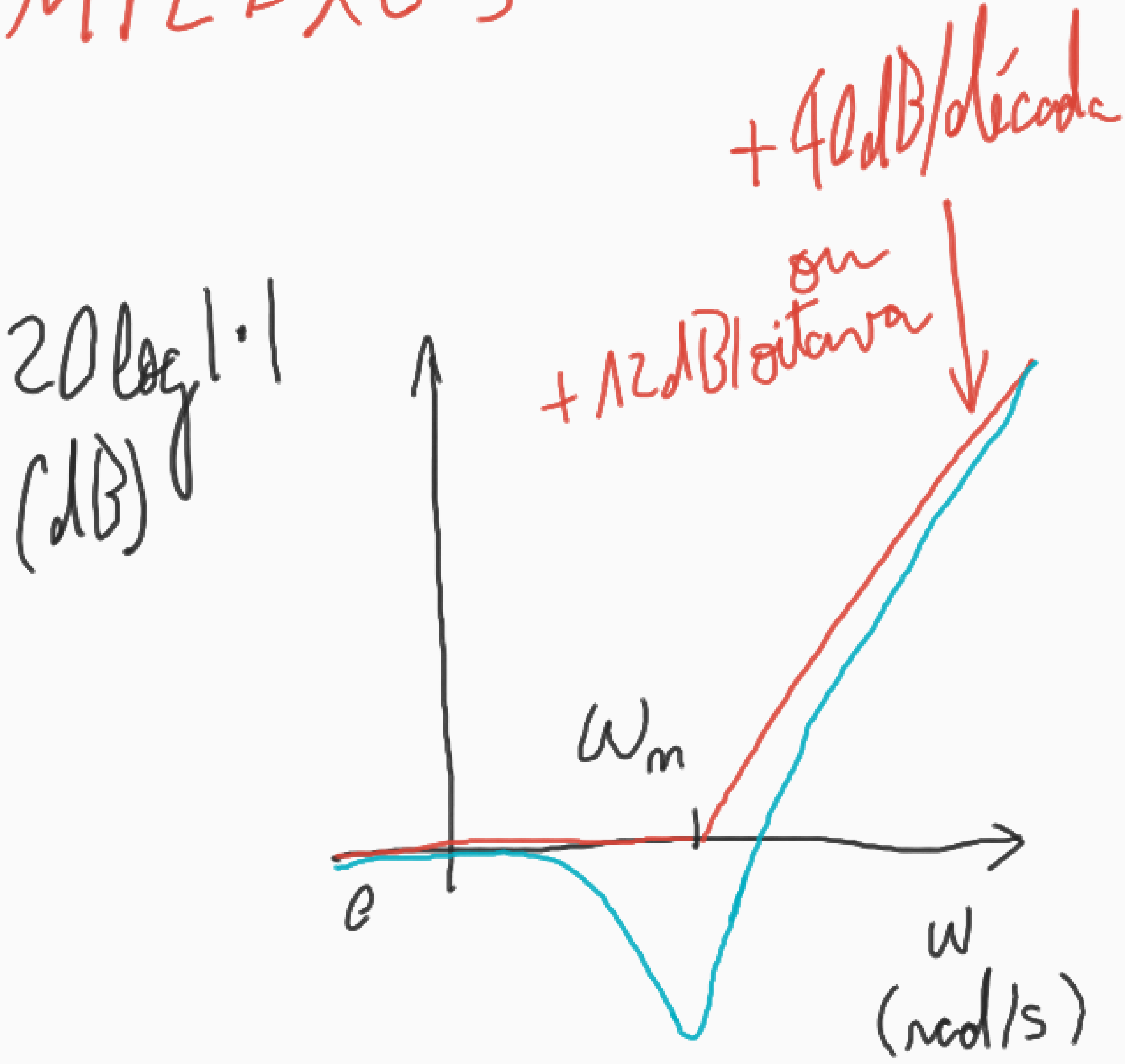
SUPERAMORTECIDO

Pico de Ressonância



ZEROS COMPLEXOS

$$\frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{\omega_n^2}$$



FATOR DE QUALIDADE

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + \frac{\omega_n}{Q} s + \omega_n^2}$$

Q é o fator de QUALIDADE

$$\boxed{Q = \frac{1}{2\xi}}$$

USUAL EM:

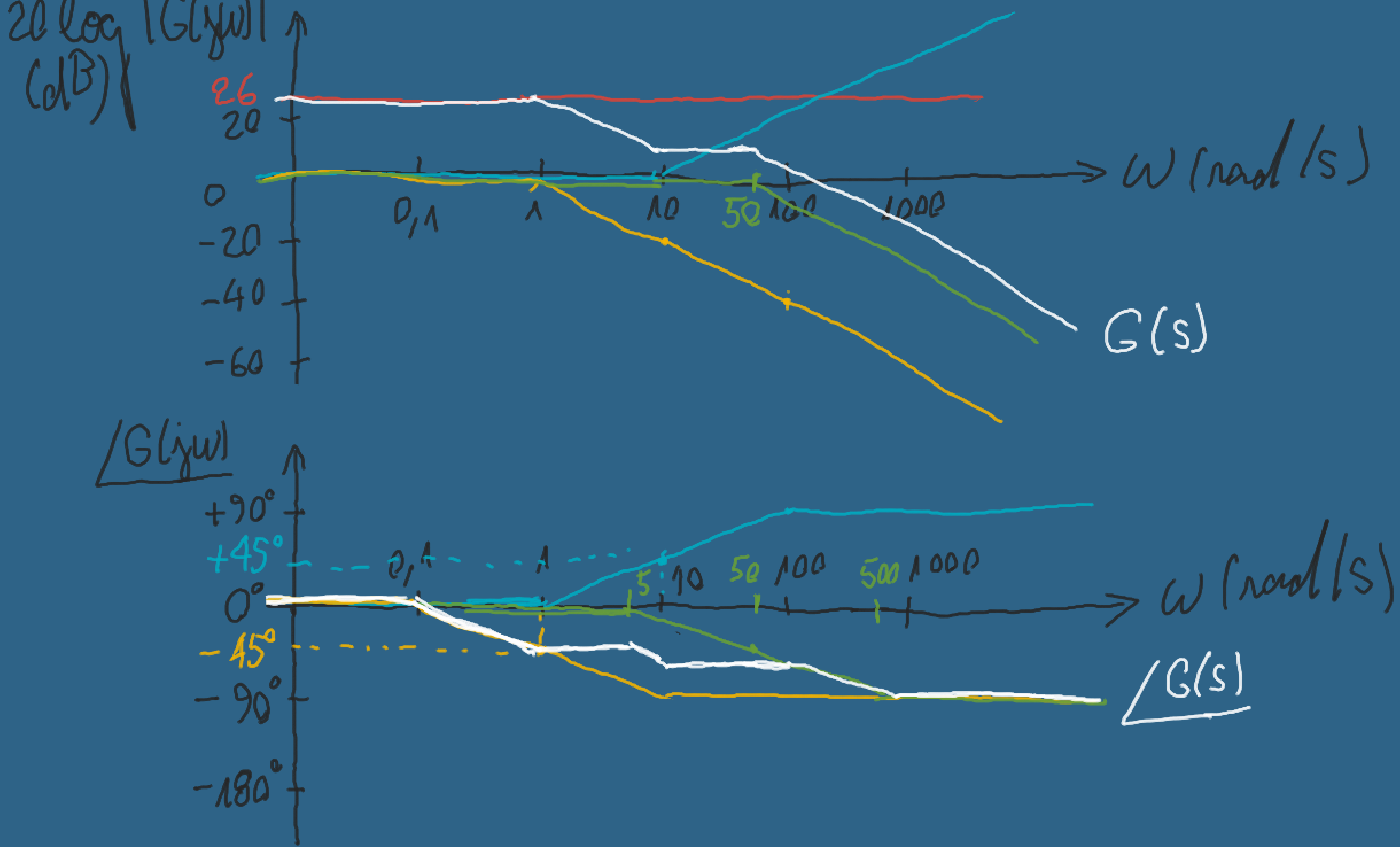
- ELETRÔNICA
- FILTROS
- TELECOMUNICAÇÕES

EXEMPLO DE ESBOÇO DE DIAGRAMA DE BODE

$$G(s) = \frac{100\,(s+10)}{(s+1)\,(s+50)} =$$

$$= \underbrace{\frac{100 \cdot 10}{50}}_{20} \; \frac{s+10}{10} \; \frac{1}{s+1} \; \frac{50}{s+50}$$

$$20 \log 20 = 26\,dB$$



20 log |G(jw)| (dB)
26
20
0
-20
-40
-60
0,1
1
10
50
100
1000
ω (rad/s)
G(s)
∠G(jw)
+90°
+45°
0°
-45°
-90°
-180°
0,1
1
5
10
50
100
500
1000
ω (rad/s)
∠G(s)