



Disciplina: Controle e Servomecanismos I



Atividades: **Revisão de Resposta em Frequência e Diagramas de Bode**

Professor: José Paulo Vilela Soares da Cunha

Rio de Janeiro, 05 de agosto de 2020.



Referências

- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2018). Controle Automático, 2ª edição, LTC. (*)
- Castrucci, P. B. L., Bittar, A. & Sales, R. M. (2011). Controle Automático, LTC.

(*) Organizado para a 2ª edição, Seção 5.2.

GRÁFICOS DE BODE

$$G(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

NA QUAL:

z_i é o i -ésimo zero;

p_i é o i -ésimo polo;

K é o ganho de alta frequência.

$$G(s) = K \underbrace{\frac{|z_1| \dots |z_m|}{|p_1| \dots |p_m|}}_{\overline{K}} \frac{s-z_1}{|z_1|} \dots \frac{s-z_m}{|z_m|} \cdot \frac{|p_1|}{s-p_1} \dots \frac{|p_m|}{s-p_m}$$

MÓDULO:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |\overline{K}| + 20 \log \left| \frac{j\omega - z_1}{z_1} \right| + \dots$$

$$+ 20 \log \left| \frac{j\omega - z_m}{z_m} \right| + 20 \log \left| \frac{p_1}{j\omega - p_1} \right| + \dots + 20 \log \left| \frac{p_m}{j\omega - p_m} \right|$$

FASE:

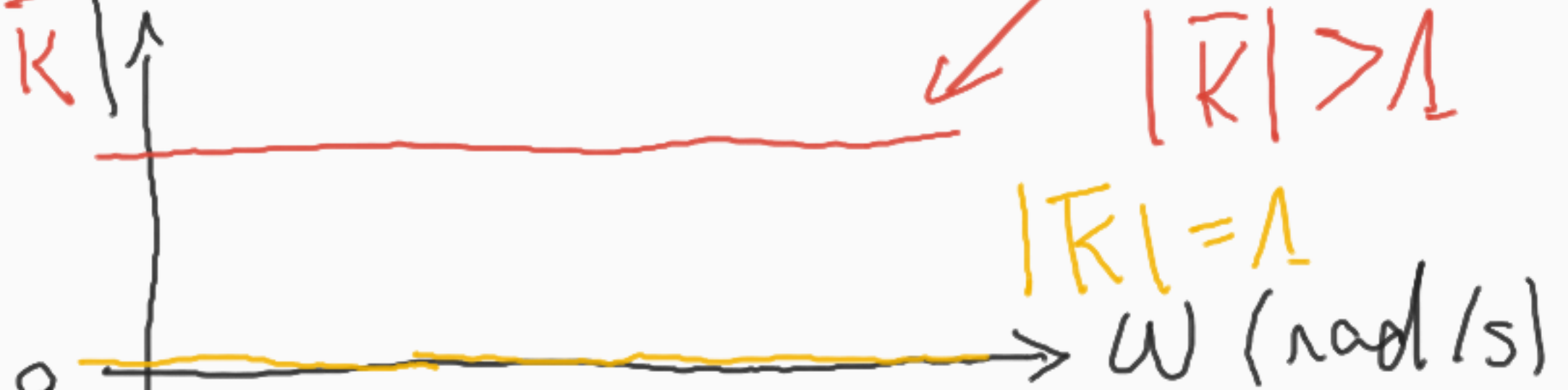
$$\underline{G(j\omega)} = \underline{\bar{K}} + \underline{\frac{j\omega - z_1}{|z_1|}} + \dots + \underline{\frac{j\omega - z_m}{|z_m|}} + \underline{\frac{|p_1|}{j\omega - p_1}} + \dots + \underline{\frac{|p_n|}{j\omega - p_n}}$$

CURVAS DE BODE DOS

TERMOS BÁSICOS



$20 \log |\bar{K}|$
(dB)



$$\frac{s-z}{|z|}$$

(ZERO REAL)

$$20 \log \left| \frac{j\omega - z}{z} \right| = 20 \log \frac{\sqrt{\omega^2 + z^2}}{|z|}$$

$z < 0 \rightarrow$ zero de fase mínima

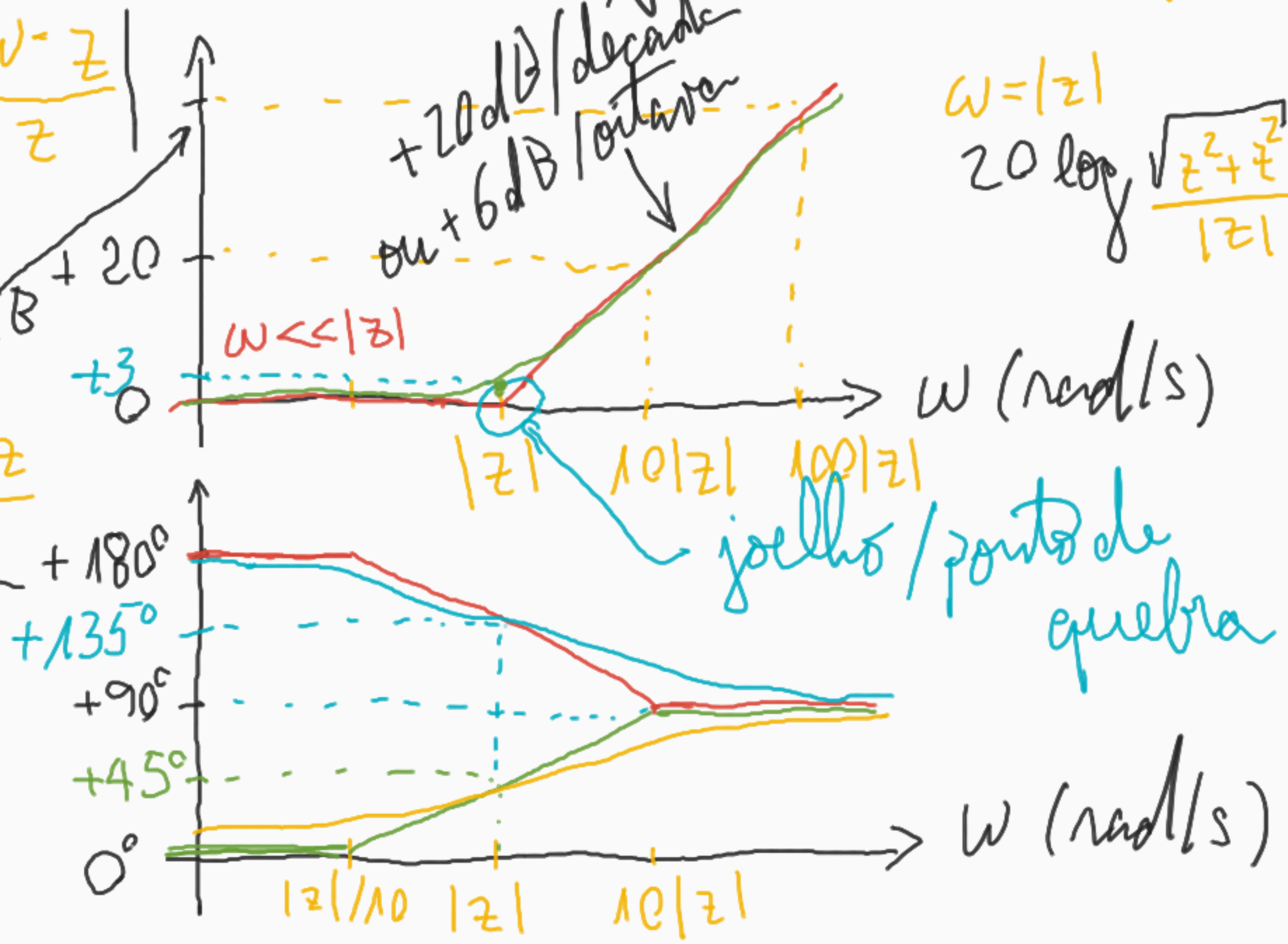
$z > 0 \rightarrow$ zero de fase não mínima

$$20 \log \left| \frac{j\omega - z}{z} \right| \text{ (dB)}$$

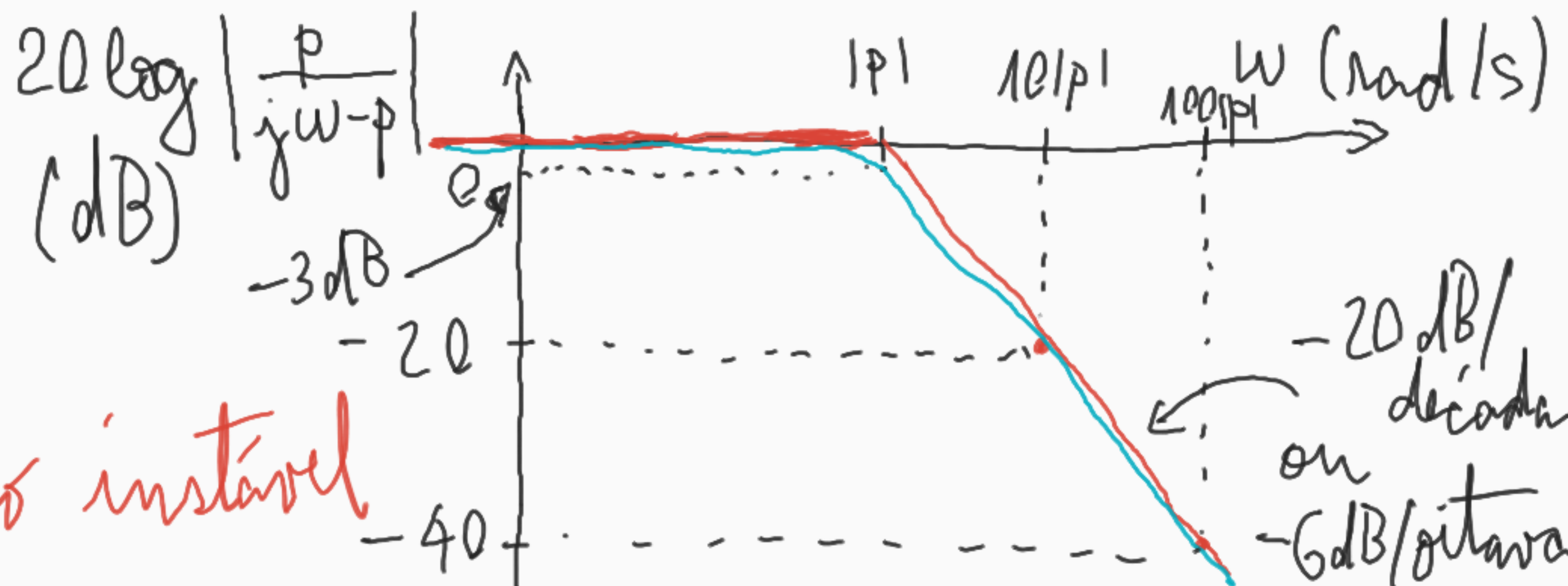
$$\frac{j\omega - z}{|z|}$$

$$\angle \frac{j\omega - z}{|z|}$$

$$\angle -z = \begin{cases} 180^\circ, & z > 0 \\ 0^\circ, & z < 0 \end{cases}$$

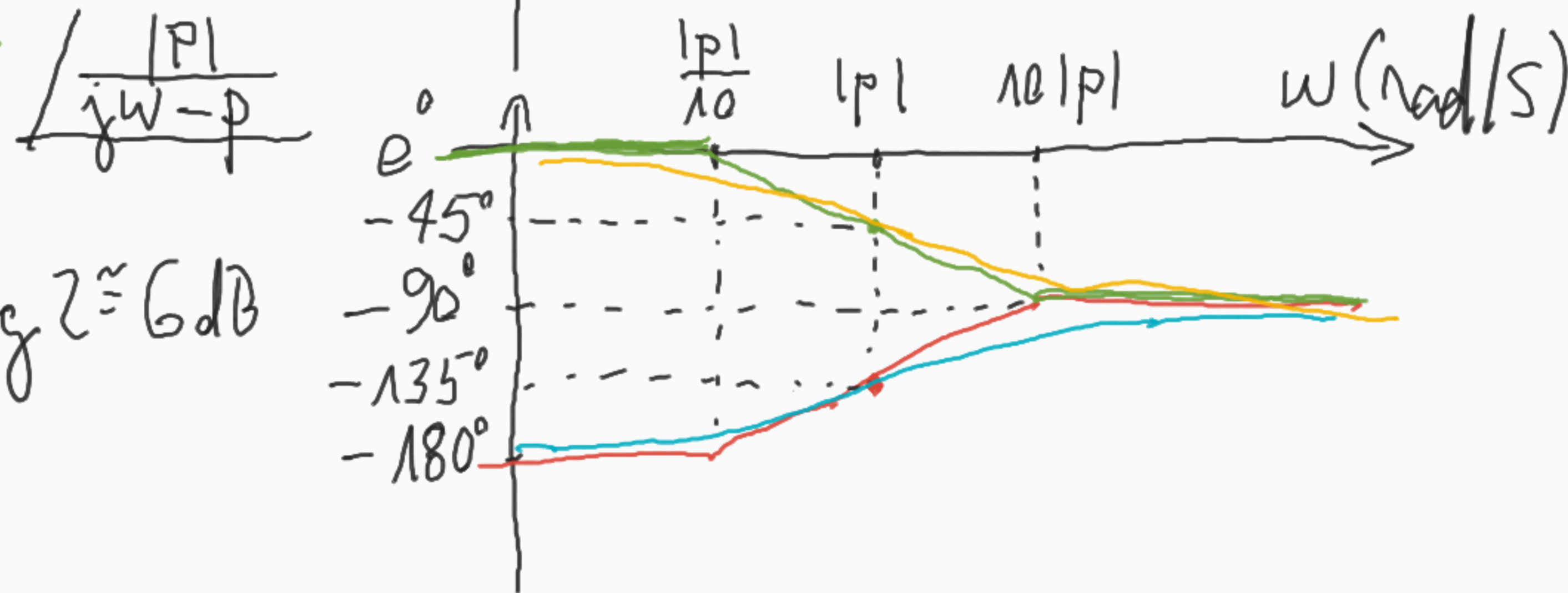


$$\frac{|p|}{s-p}$$



$p > 0 \rightarrow$ polo instável

$p < 0 \rightarrow$ polo estável



Outras: $20 \log 2 \approx 6 \text{ dB}$

POLE

OU ZERO

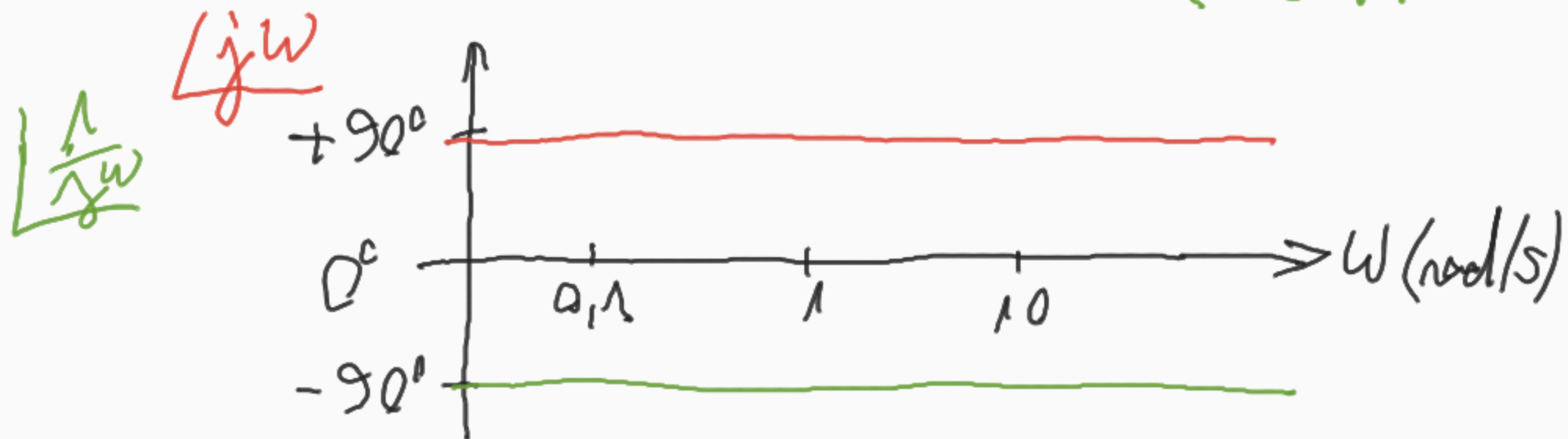
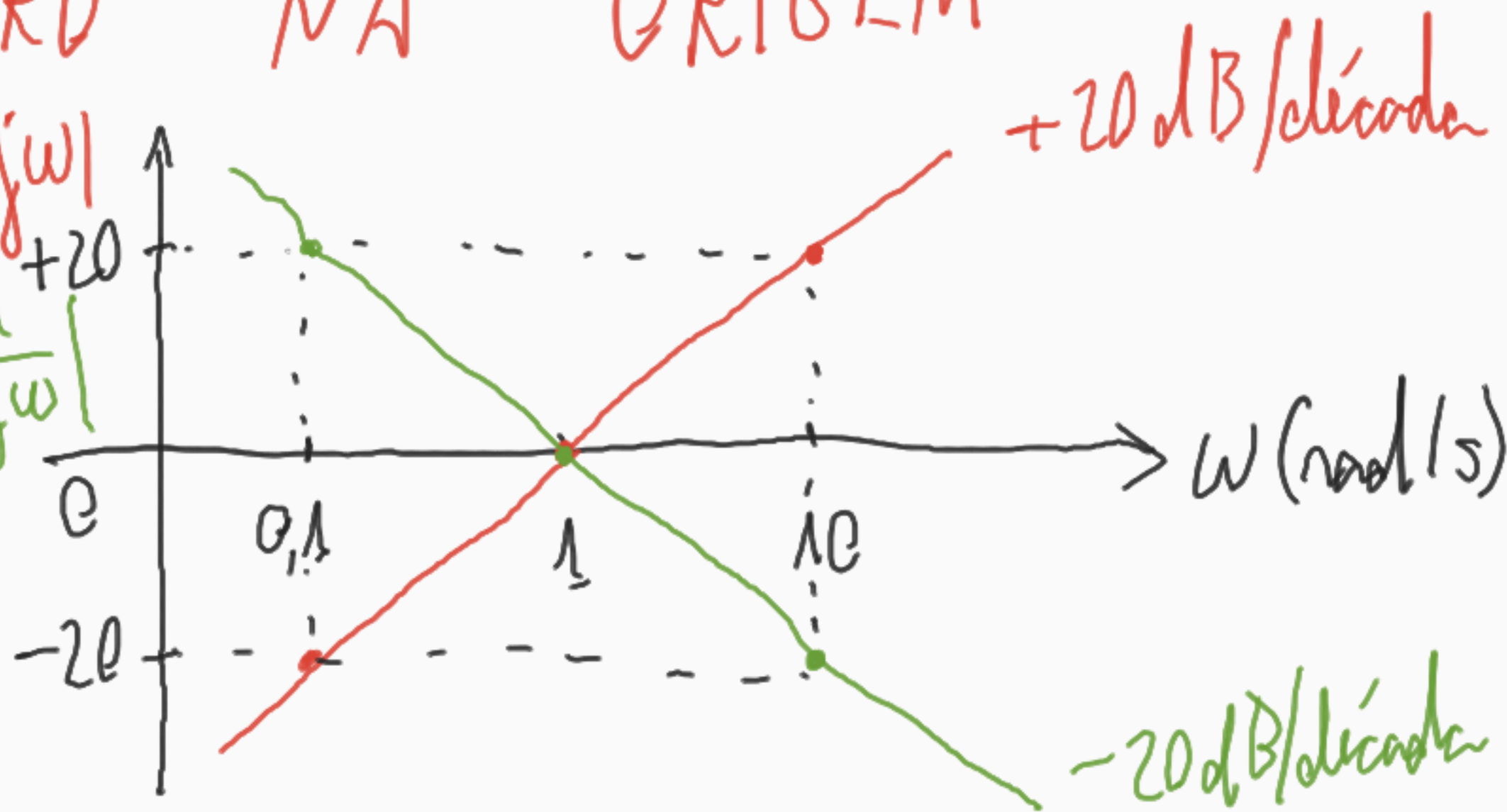
NA

ORIGEM

\boxed{S} (zero)

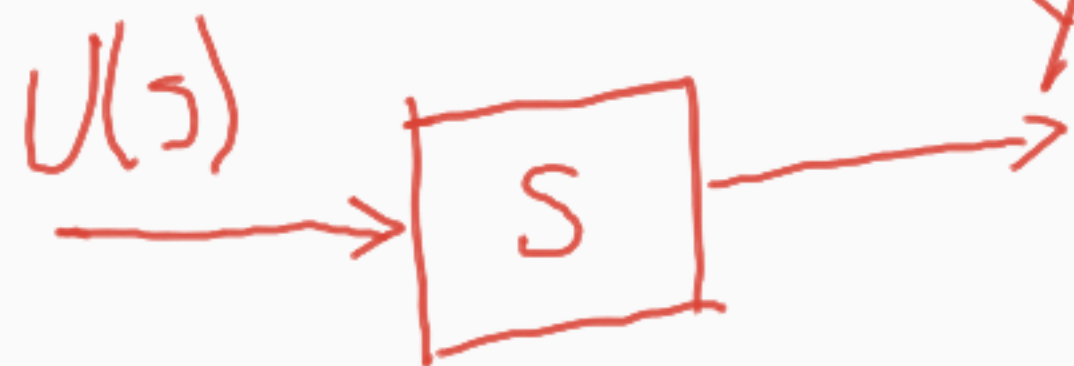
$\boxed{\frac{1}{S}}$ (pole)

$20 \log |j\omega|$
 $(dB) \quad 20 \log \left| \frac{1}{j\omega} \right|$



INTERPRETAÇÃO:

ZERO
NA ORIGEM:



$$Y(s) = s U(s)$$

$$u(t) = \sin \omega t$$

$$y(t) = \frac{d u(t)}{d t} = \omega \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \sin \omega t + \frac{\pi}{2} + 90^\circ$$

POLO NA
ORIGEM:



$$Y(s) = \frac{1}{s} U(s)$$

$$u(t) = \sin \omega t$$

$$y(t) = \int u(t) dt = -\frac{\cos \omega t}{\omega} = -90^\circ = \frac{1}{\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

DERIVADOR IDEAL

• FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA: S

• ZERO NA ORIGEM

$$\frac{d u(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t}$$

• NÃO CAUSAL! \rightarrow NÃO FÍSICO!

SCILAB

% s → FREQUÊNCIA COMPLEXA DE
LAPLACE

S = % S → COPIADA NA VARIÁVEL "S"

EXEMPLO: $G_1(s) = \frac{10}{s+10}$